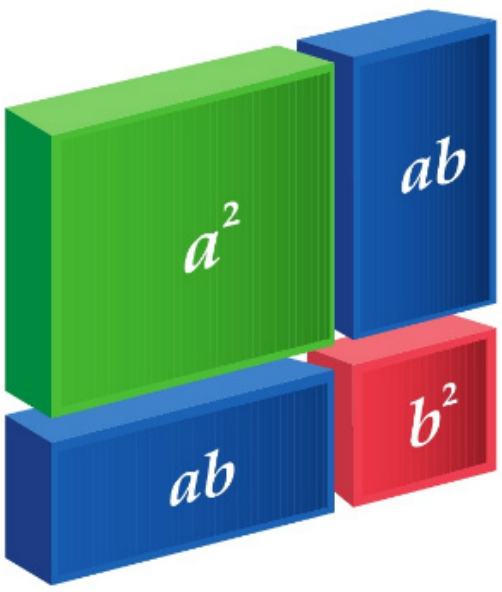
5

Primaria

Álgebra

Edición Digital



Perú

GENIOMATIC

Índice

	UNIDAD	ENFOQUE TRANSVERSAL	CONTENIDO TEMÁTICO	
I Bimestre	1 Lógica proposicional	ENFOQUE DE BÚSQUEDA DE EXCELENCIA Acudimos a nuestras reuniones con puntualidad.	· Lógica proposicional · Conectivos lógicos · Cuantificadores · Reforzando - Unidad 1 · Autoevaluación	109 112 115 118 120
	2 Números enteros	ENFOQUE DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD Tomamos decisiones con justicia y equidad.	· Conjunto de los números enteros · Operaciones con números enteros · Operaciones combinadas · Reforzando - Unidad 2 · Autoevaluación	121 124 128 131 133
II Bimestre	3 Leyes de exponentes	ENFOQUE AMBIENTAL Reciclamos para mantener limpio nuestro medio ambiente.	· Término algebraico · Reducción de términos semejantes con 2 variables · Potenciación, leyes de exponentes · Reforzando - Unidad 3 · Autoevaluación	134 138 141 144 146
	4 Expresión algebraica	ENFOQUE DE DERECHOS Actuamos con autonomía respetando el derecho de los demás.	· Toremas sobre exponentes · Radicación · Expresión algebraica · Reforzando - Unidad 4 · Autoevaluación	147 150 153 156 158
III Bimestre	5 Productos notables	ENFOQUE DE DERECHOS Tenemos derecho a elegir y ser elegidos en democracia.	· Valor numérico · Multiplicación algebraica - Monomios · Multiplicación algebraica - Polinomios · Reforzando - Unidad 5 · Autoevaluación	159 162 165 168 170
	6 Factorización	ENFOQUE DE ORIENTACIÓN AL BIEN COMÚN Respetamos los ambientes y lugares públicos.	· Productos notables · Factorización · Factor común polinomio · Reforzando - Unidad 6 · Autoevaluación	171 174 177 180 182
IV Bimestre	7 Ecuaciones	ENFOQUE DE BÚSQUEDA DE EXCELENCIA Cumplimos oportunamente con nuestras tareas.	· Ecuaciones I · Ecuaciones II · Planteo de ecuaciones · Reforzando - Unidad 7 · Autoevaluación	183 186 190 194 196
	8 Inecuaciones	ENFOQUE DE ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD Respetamos las ideas de los demás.	· Desigualdades e intervalos · Inecuaciones · Planteo de inecuaciones · Reforzando - Unidad 8 · Autoevaluación	197 201 205 209 211

Oración gramatical

Lógica proposicional

CONSTITUCIÓN DE LA REPÚBLICA
TITULO I - DE LA PERSONA Y DE LA SOCIEDAD
CAPITULO I: DERECHOS FUNDAMENTALES DE LA PERSONA

Artículo 1.- Defensa de la persona humana.

La defensa de la persona humana y el respeto de su dignidad son el fin supremo de la sociedad y del Estado.

VIDEO DE TEORÍA

Del **Artículo 1** de la Constitución, podemos extraer algunos enunciados:

- El fin supremo de la sociedad es la defensa de la persona humana.
- El fin supremo del Estado es el respeto de la dignidad de la persona humana.

Así como en la Constitución se formulan principios o reglas de conducta para los peruanos, en todo ámbito ocurre algo similar.

Para analizar la veracidad o validez de estas formulaciones, la Lógica utiliza las proposiciones.

Una proposición es un enunciado que puede ser calificado ya sea como verdadero o como falso, pero no ambos a la vez.

Son proposiciones

- Los peces pueden caminar.
- 1 kilómetro tiene 10 metros.
- $2 + 3 \times 4 = 14$.

No son proposiciones

- ¿El Perú es libre?
- Quien mal anda, mal acaba.
- Responde la pregunta.

Proposición simple.- Es la proposición que expresa un solo pensamiento, no se puede disgregar en dos proposiciones.

- La semana tiene 7 días.
- El doble de 8 es 16.
- 23 es divisible por 4.

Proposición compuesta.- Son proposiciones que contienen una negación o se pueden separar en otras proposiciones.

- 12 es par y múltiplo de 3.
- Si $10 > 8$ o $10 < 12$.
- $25 \geq 20$.

Formalización de las proposiciones.- Formalizar una proposición es representar las proposiciones mediante variables y conectores gramaticales, denominados también conectivos lógicos.

- 5 es mayor que 4 o mayor que 3: $p \vee q$

p $\vee$ q

Ten en cuenta

Valor de verdad

Es el calificativo de verdadero (V) o de falso (F) que se da a una proposición. Solo hay dos valores de verdad.

- $3 + 4 = 10$ (F)
- 120 es par (V)
- $15 > 20$ ( )
- $5^2 = 25$ ( )

Variable proposicional

Así como los números se pueden representar por letras, las proposiciones también pueden serlo.

La letra que representa una proposición se llama variable proposicional. En Lógica se usan las letras de "p" para adelante.

Conectivos lógicos

Se usan conectivos lógicos para formar las proposiciones compuestas.

Aquí algunos conectivos lógicos:

$\sim$: no $\quad \vee$: o

$\wedge$: y $\quad \rightarrow$: entonces

Esquema molecular

La formalización de una proposición se llama esquema molecular:

- Si un animal vive en el agua entonces es un pez o un cetáceo:

$p \rightarrow (q \vee r)$

Ejemplo 1

Coloca "S" si es proposición y "N" si no lo es.

(a) Los mamíferos tienen 4 patas. ( )
(b) El Sol es una estrella enana. ( )
(c) $x + 4 = 1234$ ( )
(d) ¿Cuánto mides? ( )

Resolviendo:

a) S b) S c) N d) N

Ejemplo 2

Halla el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones:

- p : El 1 es un número primo. ( )
- q : El cubo tiene 8 caras. ( )
- r : $1 \times 2 \times 3 = 1 + 2 + 3$ ( )

Resolviendo:

- V(p) = **F**, porque el 1 tiene un solo divisor y para que sea primo debe tener dos divisores.
- V(q) = **F**, porque el cubo tiene 6 caras.
- V(r) = **V**, porque 6 = 6

Ejemplo 3

¿Cuántos de los siguientes enunciados son proposiciones?

a) ¿Te gusta la Matemática?
b) El hexágono tiene 5 lados.
c) El 6 tiene 4 divisores.
d) ¡Hola amigo!
e) La ballena es un mamífero.

Resolviendo:

- a) y d) no son proposiciones ya que son pregunta y exclamación, respectivamente.
- b), c) y e) son proposiciones cuyos valores de verdad son F, V y V, respectivamente.

∴ 3 son proposiciones.

Ejemplo 4

Completa según su valor de verdad:

- p : El triángulo tiene 3 lados. V (p) = V
- q : Colón conquistó el Perú. V (q) = F
- r : El número 6 es par. V (r) = V

Nivel básico

1 **Completa:**

a) Verdadero y falso son _____

b) _____ es o bien verdadera o bien falsa.

c) _____ representa una proposición.

2 **Formula** dos proposiciones verdaderas.

3 **Formula** dos proposiciones falsas.

4 **Formula** dos proposiciones simples.

5 **Formula** dos proposiciones compuestas.

Nivel intermedio

6 **Completa** para que la proposición sea falsa:

I. Junio tiene _____ días.

II. La Tierra dista del sol _____ kilómetros.

III. La Luna es satélite de _____

7 **Halla** el valor de verdad de las proposiciones:

- Santiago es capital de Chile. ( )
- Los números primos de una cifra son 5. ( )
- El cuadrado tiene 4 lados iguales. ( )
- 24 es divisible entre 5. ( )

8 **Coloca** "S" si es proposición y "N" si no lo es:

- Las hermosas flores del campo. ( )
- El producto de los números pares es 0. ( )
- ¿Qué es la proporción? ( )
- Don José de San Martín fue peruano. ( )

9 ¿Cuántos de los siguientes enunciados son proposiciones.

a) Todo número par es divisible entre 2.

b) La suma de tres números consecutivos es el triple de uno de ellos.

c) $x + x + x + x = 4x$

d) La suma de los ángulos interiores de un triángulo es 360° .

e) ¡Cusco es bonito!

Nivel avanzado

10 **Completa** adecuadamente, según su valor de verdad.

p: El _____ tiene 6 lados. V(*p*)= V

q: La palabra _____ tiene 3 vocales. V(*q*)= F

r: Un triángulo es equilátero cuando sus _____ son iguales. V(*r*)= V

11 De los siguientes enunciados, ¿cuántos son abiertos?

- $x + 6 = 16$
- $x + 1 + x + 2 + x + 3 = 3x + 6$
- $x < 6$
- $x + 3 = 0$

12 En cada caso, **determina** el valor de *x* para que los enunciados sean verdaderos.

a) $x + 4 < 5$ → $x =$ ☐

b) $x \cdot 2 \cdot 3 = 48$ → $x =$ ☐

c) $x^2 \leq 4$; *x* es impar → $x =$ ☐

d) $x + 2x + 3x = 18$ → $x =$ ☐

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Tarea

1 **Coloca** S si es proposición y N si no es proposición:

- Un número multiplicado por 5 siempre termina en 5.
- ¡Maravilloso!
- El autor del cuento *Paco Yunque* es César Vallejo.
- La leyenda ocurrió hace muchos años.

2 ¿Cuántos de los enunciados son proposiciones?

- ¡Oh, Jesús!
- El murciélago es un mamífero.
- El búho es carnívoro.
- ¿Cuántos hermanos tienes?

3 **Completa** los enunciados para que resulten proposiciones verdaderas.

- El diámetro mide _____ veces el _____
- _____ es el autor de la obra *La ciudad y los Perros*.
- El triángulo _____ tiene ___ ángulo recto.

4 ¿Cuántos de los siguientes enunciados son abiertos?

a) $4x - 2x = 2x$

b) $a \times b = b \times a$

c) $x + 10 = 16$

d) $x + 7 > x + 2$

Proposición

Conectivos lógicos

Los conectivos lógicos son símbolos que sirven para enlazar proposiciones simples y formar proposiciones compuestas.

VIDEO DE TEORÍA

Estudiaremos los conectivos lógicos: Negación (~), conjunción (∧) y disyunción (∨).

Para explicar usaremos el cuadro de la derecha:

Los artistas de mi aula

Pintores	Cantantes	Actores
Andrés	Javier	Andrés
Dora	Pilar	Ana
Job	Dora	Ángel

1. La negación (~)

Cambia el valor de verdad de una proposición. Utiliza los términos, "no", "es falso", "es mentira", "es imposible", etc.

- p : Dora es cantante. (V)
  $\sim p$: Dora no es cantante. (F)

Tabla de verdad de la negación

p	$\sim p$
V	F
F	V

2. La conjunción (∧)

Afirma que ambas proposiciones son verdaderas. Utiliza los términos, "y", "también", etc.

- Andrés es pintor y actor. (V)
- Dora es pintora y actriz. (F)
- Ángel es pintor y cantante. (F)

Tabla de verdad de la conjunción

p q	$p \wedge q$
V V	V
V F	F
F V	F
F F	F

3. La disyunción (∨)

Afirma que al menos una de las proposiciones es verdadera. Utiliza el término "o".

- Dora es pintora o cantante. (V)
- Pilar es cantante o actriz. (V)
- Dante es pintor o actor. (F)

Tabla de verdad de la disyunción

p q	$p \vee q$
V V	V
V F	V
F V	V
F F	F

Ejemplo 1

Determina el valor de verdad de las proposiciones:

a) $6 < 7 \wedge 9 = 8$ b) $8 \geq 5$ c) $7 = 9 \vee 8 < 9$

Resolviendo:

a) $\underbrace{6 < 7}_{V} \wedge \underbrace{9 = 8}_{F}$ (F)

b) $8 \geq 5 \equiv \underbrace{8 > 5}_{V} \vee \underbrace{8 = 5}_{F}$ (V)

c) $\underbrace{7 = 9}_{F} \vee \underbrace{8 < 9}_{V}$ (V)

Rpta.: FVV

Ten en cuenta

Doble negación

La proposición "no es cierto que Pilar no sea cantante" equivale a "Pilar es cantante"

$\sim(\sim p) \equiv p$

Tabla de verdad

Como la proposición compuesta contiene otras proposiciones, su valor de verdad depende del valor de las proposiciones componentes y los conectivos lógicos involucrados.

La tabla de verdad expresa todos los posibles valores de verdad de una proposición compuesta para cada combinación de valores de verdad asignadas a las proposiciones simples que la componen.

Como ejemplo elaboremos la tabla de verdad de la proposición:

"Si Javier llega tarde entonces no llovió anoche".

p q	$p \rightarrow \sim q$
V V	V F F
V F	V V V
F V	F V F
F F	F V V

Resultado de la tabla

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 2

Para que la proposición: "Anita es actriz o Waldo es escritor" sea verdadera:

I. Es suficiente que Anita sea actriz.

II. Es necesario que Waldo sea escritor.

III. Es suficiente que Waldo sea escritor.

Resolviendo:

Es suficiente que uno de ellos sea lo que dice la proposición.

Rpta.: I y III

Ejemplo 3

Si la proposición: "Andrea es policía y no actriz" es verdadera, determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

a) Andrea es policía o actriz.

b) Andrea no es actriz ni policía

c) Andrea es actriz o no es policía

Resolviendo:

Sean:

Andrea es policía: p

Andrea es actriz : q

La proposición es:

$$\underbrace{p}_{V} \wedge \underbrace{\sim q}_{V} \equiv V \begin{cases} p \equiv V \\ q \equiv F \end{cases}$$

a) $\underbrace{p}_{V} \vee \underbrace{q}_{F} \equiv V$

b) $\underbrace{\sim q}_{V} \wedge \underbrace{\sim p}_{F} \equiv F$

c) $\underbrace{q}_{F} \vee \underbrace{\sim p}_{F} \equiv F$

Nivel básico

1 **Escribe** dos proposiciones conjuntivas (unidas por y) una verdadera y otra falsa.

2 **Escribe** dos proposiciones disyuntivas (unidas por o) una verdadera y otra falsa.

3 **Determina** el valor de verdad de las proposiciones:

a) $6 \leq 7$ b) $8 < 5 \vee 8 = 5$ c) $7 \geq 9$

4 Siendo x un número natural, **determina** el valor de x para que el resultado de la conjunción $x < 7 \wedge x > 5$ sea verdadera.

5 Si $p \vee \sim q$ es falsa, **determina** el valor de verdad de:

a) $p \wedge q$ b) $q \vee \sim p$ c) $p \vee (q \wedge \sim p)$

Nivel intermedio

6 La proposición: "No es falso que sea imposible ganar a Brasil" es verdadera. ¿Es posible ganar a Brasil?

7 Fabiola dice: "Carla conoce a José o José no trabaja en la fábrica". Si Fabiola miente, determina el valor de verdad de las proposiciones:

a) Carla sí conoce a José.
b) José trabaja en la fábrica.
c) Carla o José trabaja en la fábrica.

8 Mario: "Yo soy abogado y médico"
Elio: "Yo soy policía y Mario no es médico"

Si Mario miente y Elio no, se puede asegurar que:

I. Mario es abogado III. Mario no es médico
II. Elio es policía

9 Sean las proposiciones:

- Mario es estudiante: p
- Inés es enfermera: q

Si $p \vee \sim q$ es falso, entonces se concluye que:

I. Mario no es estudiante
II. Inés es enfermera
II. Inés no es enfermera

Nivel avanzado

10 Janet dijo: "Aldo fue al cine pero no con Sara" y María dijo "Sara fue al cine sola o con Aldo". Si Janet miente, ¿María miente o dice la verdad?

11 Si el valor de verdad de $\sim p \wedge (p \vee \sim q)$ es verdadero, **halla** el valor de verdad de:

I. $p \wedge q$ II. $\sim p \vee q$ III. $\sim(p \vee q)$

12 Ana, Bety y Carlos viven en barrios diferentes: Ate, Breña y Comas. Ana no vive en Comas, además la letra inicial de su nombre y su barrio no coinciden. ¿Dónde vive Ana?

Tarea

1 **Escribe** 4 proposiciones compuestas, 2 de conjunción y 2 de disyunción.

2 **Halla** el valor de verdad de:

p : De ninguna manera 9 es menor que 3.
q : Es falso que 10 no es divisible entre 5.
r : La semana no tiene 7 días.

3 Si la proposición: "No es cierto que Jhon no es matemático", es verdadero y "Jhon no es estudioso" es falso, **halla** el valor de verdad de: "No es cierto que Jhon sea matemático y estudioso".

4 Si la proposición: $(\sim p \vee q) \vee \sim r$ es falsa, **halla** el valor de verdad de :

I.- $(p \wedge \sim q)$ II.- $\sim p \vee r$ III.- $q \vee \sim r$

GENIOMATIC

Cuantificadores

Proposición

Consideremos las expresiones:

• $x + 2 = 8$ (1) • $x - 1 = 5$ (2) • $x < 4$ (3)

En Lógica, cada una de estas expresiones se llama **enunciado abierto** o **función proposicional.**

No pueden ser proposiciones porque no se sabe si son verdaderos o falsos.

Por ejemplo, (1) es verdadero si $x = 6$, pero falso para $x = 7$.

Pero si decimos "algún valor de x cumple con la igualdad (1)", la expresión resulta verdadera sin haber dado un valor a x.

VIDEO DE TEORÍA

Los cuantificadores son símbolos utilizados para indicar si parte o todos los elementos de una clase o conjunto pertenecen a otro.

Existen dos cuantificadores:

Cuantificador existencial: $\exists x$ se lee "existe algún x".

Cuantificador universal: $\forall x$ se lee "para todo x".

Los cuantificadores pueden transformar una función proposicional en proposición:

- $\exists x, 2x = 6$ "existe algún valor de x tal que $2x = 6$" (V)
- $\forall x, x > 8$ "todos los valores de x son tales que $x > 8$" (F)
- $\forall x, x < 4$ "todos los valores de x son tales que $x < 4$" (F)

Ejemplo 1

En las siguientes funciones proposicionales, **halla** un valor de x para que la proposición sea verdadera.

a) $x + 3 = 7$ c) $x < 6$

b) $2x = 12$

Resolviendo:

a) $x = 4$ b) $x = 6$

c) $x = 3$

Ejemplo 2

En el conjunto de los números naturales **determina** el valor de verdad de las proposiciones:

a) $\exists x, x + 1 = 50$

b) $\forall x$, $2x$ es par

c) $\exists x, 3x = 7$

Resolviendo:

a) V: $x = 49$ b) V

c) F: No hay valor para x

Ejemplo 3

Determina el valor de verdad de las proposiciones categóricas:

a) Algunas aves no vuelan. ( )

b) Ningún batracio vive en el río. ( )

c) Todos los peces viven en el agua. ( )

Resolviendo:

a) V

b) F: las ranas

c) V

Ten en cuenta

Función proposicional

Una función proposicional es una expresión que contiene variables (letras) que al ser sustituidas por un elemento de algún conjunto o al aplicarles un cuantificador se vuelve una proposición.

- x es impar
- $x < 8$
- x es Ministro de Salud

Proposición categórica

Una proposición categórica es la que contiene un cuantificador.

Existen cuatro tipos de proposiciones categóricas:

- **Universal afirmativa**
  Todas las aves tienen plumas.
- **Universal negativa**
  Ningún corrupto será congresista.
- **Particular afirmativa**
  Algunos mamíferos son cazadores.
- **Particular negativa**
  El pescador no es marino.

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 4

¿A qué conjunto de los animales debe pertenecer x para que las siguientes proposiciones categóricas sean verdaderas?

a) $\exists x$, x vive en el mar b) $\forall x$, x tiene pico c) $\forall x$, x tiene 6 patas

Resolviendo:

a) Cetáceos

b) Aves

c) Insectos

Nivel básico

1 **Determina** un valor de x para que la función proposicional sea verdadera.

a) $3x$ es impar b) x tiene dos cifras

c) x es una región del Perú

2 **Expresa** en forma oral los siguientes enunciados abiertos:

a) $x > 7$ b) $2x = 18$ c) $x = 2k$

3 **Expresa** en forma simbólica los siguientes enunciados abiertos:

a) Un número mayor que 9.

b) Un número cuyo doble es 12.

c) Un número no mayor que 10.

4 **Expresa** en forma oral las siguientes proposiciones categóricas:

a) $\forall x$, $x > 0$ b) $\exists x$, $2x = 18$ c) $\exists x$, $x \leq 6$

5 **Expresa** en forma simbólica las siguientes proposiciones categóricas:

a) Todo número tiene dos cifras.

b) Algún número es no mayor que 5.

c) Al menos algún número es impar.

Nivel intermedio

6 **Formula** dos proposiciones categóricas (verdaderas o falsas) en forma verbal.

7 **Formula** dos proposiciones categóricas (verdaderas o falsas) en forma simbólica.

8 **Formula** en forma verbal dos proposiciones categóricas verdaderas tipo universal afirmativa.

9 **Formula** en forma verbal dos proposiciones categóricas verdaderas tipo universal negativa.

10 **Formula** en forma verbal dos proposiciones categóricas falsas tipo universal afirmativa.

Nivel avanzado

11 **Determina** el valor de verdad de las proposiciones categóricas en el conjunto de los seres humanos:

a) $\forall x$, x respira ( )

b) $\exists x$, x es estudiante ( )

c) $\forall x$, x es honesto ( )

12 **Determina** el valor de verdad de las proposiciones categóricas en el conjunto de las aves:

a) $\forall x$, x vuela ( ) c) $\forall x$, x tiene pico ( )

b) $\exists x$, x no vuela ( )

13 Sea x un número natural. Aplica un cuantificador a las siguientes funciones proposicionales para que resulten proposiciones verdaderas.

a) $x + 2 = 10$ b) $x \geq 0$ c) $2x$ es par

14 Sea x un elemento del conjunto de los números pares. **Determina** el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

a) $\exists x$, x termina en 5.

b) $\forall x$, x tiene un número par de divisores.

c) $\forall x$, 2 es un divisor de x .

Tarea

1 **Escribe** 3 ejemplos de función proposicional.

2 **Escribe** 3 ejemplos de proposición categórica en forma verbal.

3 **Escribe** 3 ejemplos de proposición categórica.

4 **Determina** el valor de verdad de las siguientes proposiciones en el conjunto de los números naturales:

a) $\forall x$, $2x + 4$ es par.

b) $\exists x$, $3x$ tiene 2 cifras.

c) $\forall x$, $12x$ tiene al menos dos cifras.

Reforzando - Unidad 1

1 Señala el enunciado que no es proposición:

A) El Perú produce buen café.
B) Los soldados llevan uniforme.
C) Las ciudades tienen calles y edificios.
D) A quien madruga, Dios le ayuda.

2 ¿Cuál de las proposiciones no es compuesta?

A) Dos es un número par.
B) Dos es par y positivo.
C) Huancayo es capital de Junín y Huaraz es capital de Ancash.
D) Chimbote es una provincia y queda al Norte del Perú.

3 ¿Cuál de los enunciados es proposición?

A) ¿Quién escribió *Los perros hambriento*?
B) Las monumentales obras de Jorge Basadre.
C) Quien mal anda, mal acaba.
D) En la selva llueve mucho.

4 La proposición: "Es imposible que el número 7 no sea primo", es equivalente a:

A) Es mentira que el número 7 sea primo.
B) La verdad que el número 7 no es primo.
C) Sinceramente, el número 7 es primo.
D) Si el número 7 no es primo, entonces es compuesto.

5 Si la proposición: "Los perros son mascotas dóciles" es verdadera, entonces:

I. "Los perros no son mascotas dóciles" es falsa.
II. "Es falso que los perros sean mascotas dóciles" es falsa.
III. "Es imposible que los perros no sean mascotas dóciles" es verdadera.

A) Solo I B) Solo II C) I y II D) I, II y III

6 La proposición: "Los verdaderos políticos hacen buenas obras y son honestos", es:

Olimpiadas nacionales e internacionales

A) Una proposición conjuntiva.
B) Una proposición disyuntiva.
C) Una proposición condicional.
D) Una proposición conflictiva.

7 La proposición: "Los políticos son osados pero deshonestos" es:

A) Una proposición conjuntiva.
B) Una proposición disyuntiva.
C) Una proposición condicional.
D) Una proposición inductiva.

8 La proposición; "Los jueces son honestos o no son justos" es:

A) Una proposición conjuntiva.
B) Una proposición disyuntiva.
C) Una proposición condicional.
D) Una proposición duvitativa.

9 Si la proposición: "Los gatos y los perros son mascotas" es verdadera, entonces la proposición:

I. "Los gatos son mascotas" es verdadera.
II. "Los perros son mascotas" es verdadera.
III. "Los gatos o los perros son mascotas" es verdadera.

A) Solo I B) Solo II C) I y II D) I, II y III

10 Si la proposición: "Newton fue matemático o físico" es falsa, entonces la proposición:

I. "Newton no fue matemático" es verdadera.
II. "Newton no fue físico" es falsa.
III. "Newton fue matemático y físico" es verdadera.

A) Solo I B) Solo II C) I y II D) I, II y III

11 Para que la proposición $\exists x,\ 2x = 6$, sea verdadera, x debe tomar el valor de:

A) 3 B) 6
C) 2 D) Todos los valores enteros

12 Determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

a) Arequipa limita con Chile. ( )
b) Piura es una región norteña. ( )
c) El río Santa desemboca en el Pacífico. ( )

13 Formula dos formas de negar la proposición: "El Perú es libre".

14 Niega de dos maneras la proposición: "Los peces viven en el agua".

15 Formula una proposición que tenga la estructura: $p \vee \sim q$.

16 Formula una proposición que tenga la estructura: $\sim p \wedge \sim q$.

17 Formula una proposición que tenga la estructura: $\sim(p \wedge q)$.

18 Indira dice: "José es policía o trabaja en una fábrica". Si Indira miente, determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

a) José es policía y vive en Miraflores.
b) José no trabaja en una fábrica o no vive en Puno.
c) José trabaja en una fábrica y es administrador.

19 Sean las proposiciones:

- Tadeo es médico: p
- Patricia es enfermera: q

Si $p \vee \sim q$ es falsa, entonces se concluye que:

20 Sean las proposiciones:

- Julia vive en Huánuco: r
- Emilia fabrica buzos: s

Si $r \vee \sim s$ es falsa, entonces se concluye que:

21 Con las proposiciones simples:

- "Timoteo es respetuoso".
- "Fernanda es honesta".

Formula dos proposiciones compuestas, una conjuntiva y otra disyuntiva.

22 Si la proposición: "Fátima es abogada y no enfermera" es verdadera, determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

a) Fátima es abogada o profesora.
b) Fátima no es abogada ni enfermera.
c) Fátima es enfermera y profesora.

23 Determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones categóricas:

a) Algunos peces no viven en el agua. ( )
b) Ningún río es caudaloso. ( )
c) Todas las aves tienen pico. ( )

24 Expresa en forma simbólica los siguientes enunciados abiertos:

a) Un número mayor que 7.
b) Un número cuyo triple es 12.
c) Un número no menor que 5.

25 Expresa en forma oral las siguientes proposiciones categóricas:

a) $\forall x,\ x < 0$ b) $\exists x,\ 3x = 15$ c) $\exists x,\ x \geq 6$

26 Formula la negación de las siguientes proposiciones categóricas:

a) Todos los números son pares.
b) Algunas personas venden fruta.
c) Ningún empleado trabaja gratis.

27 Formula la negación de las siguientes proposiciones categóricas:

a) Algunas abejas no trabajan.
b) Todas las palomas tienen nido.
c) Ningún escolar es irrespetuoso.

28 Expresa en forma simbólica las siguientes proposiciones categóricas:

a) Todo número tiene dos cifras.
b) Algún número es no mayor que 5.
c) Al menos algún número es impar.

Autoevaluación

1 Formula dos proposiciones simples y verdaderas y dos proposiciones falsas y compuestas.

2 Raquel dice: "Donato no vive en Lima o Isabel no es abogada". Si Raquel miente, escribe tus conclusiones.

3 Sean las proposiciones:

- Julia vive en Huánuco: r
- Emilia fabrica buzos: s

Si $r \vee \sim s$ es falsa, escribe las siguientes proposiciones y determina el valor de verdad de cada una:

a) $\sim r \wedge s$ b) $\sim r \vee s$ c) $\sim(r \wedge s)$

4 Si el esquema de la proposición: "Marco no es futbolista ni atleta" es $\sim r \wedge \sim s$, escribe las proposiciones:

a) $\sim r \wedge s$ b) $\sim(r \vee s)$ c) $\sim(r \wedge \sim s)$

Determina el valor de verdad de cada una.

5 Expresa en forma simbólica y oral la negación de las siguientes proposiciones categóricas:

a) $\forall x, x \geq 0$ b) $\exists x, 3x < 12$ c) $\exists x, x > 3$

6 Expresa en forma simbólica la negación de las siguientes proposiciones categóricas:

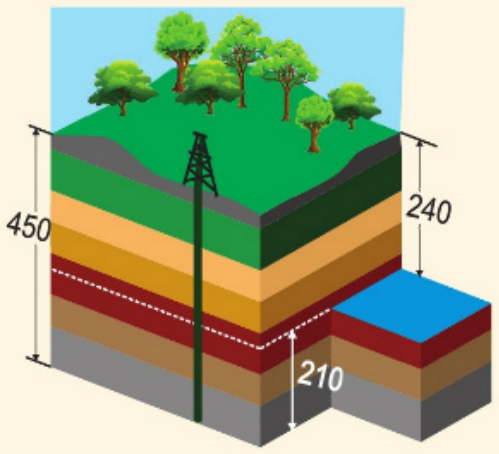
a) Ningún abogado es orate.

b) Todos los aviones van a Europa.

c) Algunos meses son lluviosos.

Adición en $\mathbb{N}$

Conjunto de los números enteros



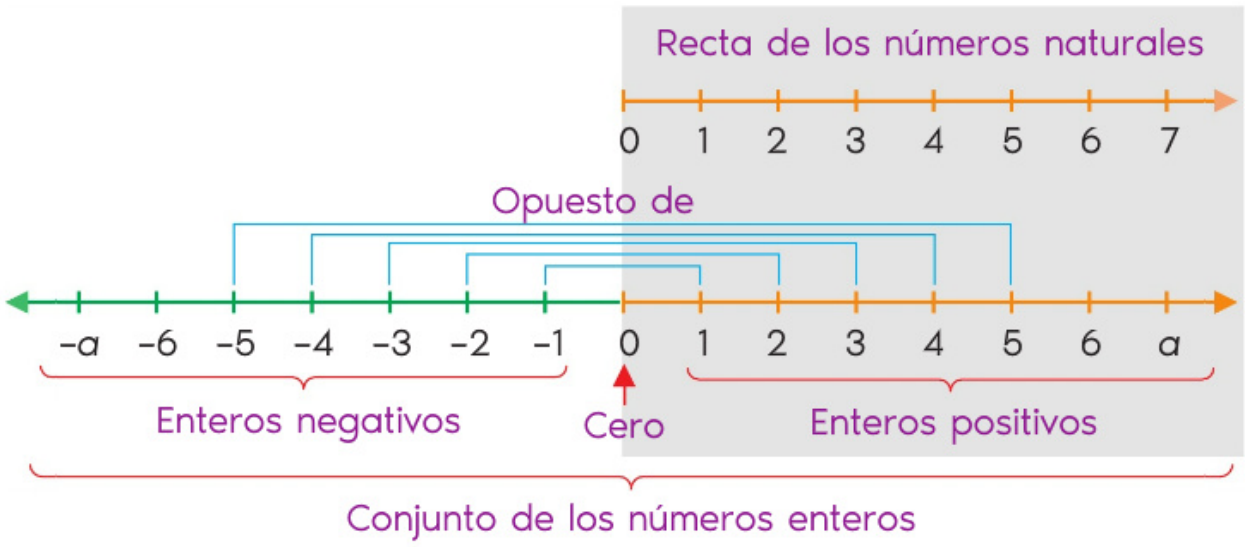
Cuando un punto de la Tierra está a una altitud de 240 m respecto al nivel del mar, se dice que la cota del punto es 240. Entonces la cota del nivel del mar es cero, porque es el nivel de referencia.

En el esquema, ¿cuál es la cota del extremo inferior de la perforación?

VIDEO DE TEORÍA

Situaciones como la referida no son posibles de describir con el conjunto los números naturales, de ahí que tenemos la necesidad de extenderlo. Esta extensión es el conjunto de los números negativos. ¿Cómo se generan? Observa lo que sigue.

Opuesto de un número natural



Para cada número natural a, distinto de cero, se define el opuesto de a, denotado por $-a$, tal que: $a + (-a) = 0$

Y el conjunto de todos los opuestos $-a$ forman el conjunto de los **enteros negativos.**

El conjunto de los números enteros está formado por el conjunto de los enteros positivos, el de los enteros negativos y el cero, que es considerado neutro y, en la representación gráfica, marca el origen.

Ahora podemos describir la cota del extremo de la perforación. Como está en el lado opuesto del nivel del mar, su cota es −210.

Comparación de números enteros

Para comparar dos enteros se recomienda tener en cuenta la ubicación de los mismos en la recta: Es mayor el que está a la derecha y menor el de la izquierda.

- $-7 < 1$
- $-6 < -2$
- $0 > -10$
- $-4 > -18$

Ten en cuenta

Valor absoluto

En el gráfico se puede advertir que tanto 3 como −3 están a igual distancia del cero.

Es importante diferenciar entre coordenada de un punto y distancia al origen. Esta distinción no es necesaria con los números naturales porque tanto la coordenada del punto como la distancia al cero son iguales.

Entonces vamos a denotar la distancia del cero al origen con | |. Así:

- $|3| = 3$
- $|-3| = 3$

$\Big\}\ |3| = |-3| = 3$

La distancia de un punto de la recta numérica al cero se llama **valor absoluto**. Es como de decir, "valor sin considerar el signo menos".

En general, si a es positivo:

$|a| = a$ $\quad |-a| = a$ $\quad |0| = 0$

- $|7| = 7$
- $|-5| = 5$
- $|3 + |-9| - ||-4| - 2|| = |3 + 9 - |4 - 2|| = |12 - |2|| = |12 - 2| = 10$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 1

¿Cuál de los siguientes números está más alejado del cero?

A) −9 B) −4 C) 6 D) 8

Resolviendo:

A) $|-9| = 9$ B) $|-4| = 4$ C) $|6| = 6$ D) $|8| = 8$

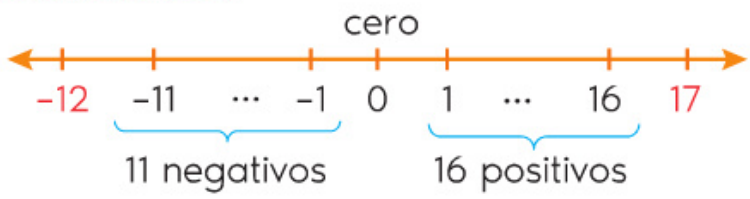
Está más alejado el de mayor valor absoluto.

Rpta.: A

Ejemplo 2

¿Cuántos enteros hay entres −12 y 17?

Resolviendo:



Total = 11 + 1 + 16 = 28

Nivel básico

1 **Representa** los siguientes números: 6; −8; 3; −4; 1; −5 y −6 en la recta numérica.

2 ¿Cuál de los siguientes números está más cerca del cero?

A) −7 B) −5 C) 6 D) 8

3 **Representa** en la recta los números consecutivos desde −13 hasta −9.

4 **Escribe** la expresión numérica de:

a) 30° bajo cero. b) 50 soles de deuda.

c) Año 500 antes de Cristo.

5 **Ordena** ascendentemente los números: 5; −3; 3; −6; 2; −5 y −4.

Nivel intermedio

6 **Menciona** tres situaciones en las que se utilizan números enteros negativos y positivos.

7 En los recuadros, **escribe** el signo <, > o igual, según corresponda:

a) −38 ☐ −10

b) 42 ☐ −43

c) −19 ☐ −61

8 Se usan solo números enteros positivos para registrar:

I. Vehículos que pasan por el peaje.

II. Temperatura corporal.

III. Gallinas en la granja.

9 **Representa** en la recta los números −15; −9 y −1, con su respectivo antecesor y sucesor:

10 ¿Cuál de los números está más alejado del cero?

a) El opuesto de 21.
b) El antecesor de −24.
c) El mayor negativo de dos cifras impares.

Nivel avanzado

11 **Halla** el resultado de efectuar:

$$A = ||-12| - 7| + |-4 - |9 - |-7| + |-9|||$$

12 ¿Cuál de los siguientes números es menor?

a) El mayor número par menor que 20.
b) El consecutivo de −19.
c) El mayor número negativo cuya suma de cifras es 12.

13 **Escribe** los siguientes números:

a) El mayor negativo de dos cifras.
b) El menor negativo impar mayor que −20.
c) El menor negativo par de dos cifras.

14 El resultado de:

$|3 - |3 - |3 - |- 3| - 3| - 3| - 3|$ es:

Tarea

1 **Menciona** dos ejemplos donde se utilizan los enteros positivos y negativos.

2 En los recuadros, **escribe** el signo <, > o igual, según corresponda:

a) −18 ☐ −30
b) −1 ☐ 40
c) −42 ☐ 3

3 El resultado de:

$|1 - |2 - |3 - |- 4| - 5| - 6| - 7|$ es:

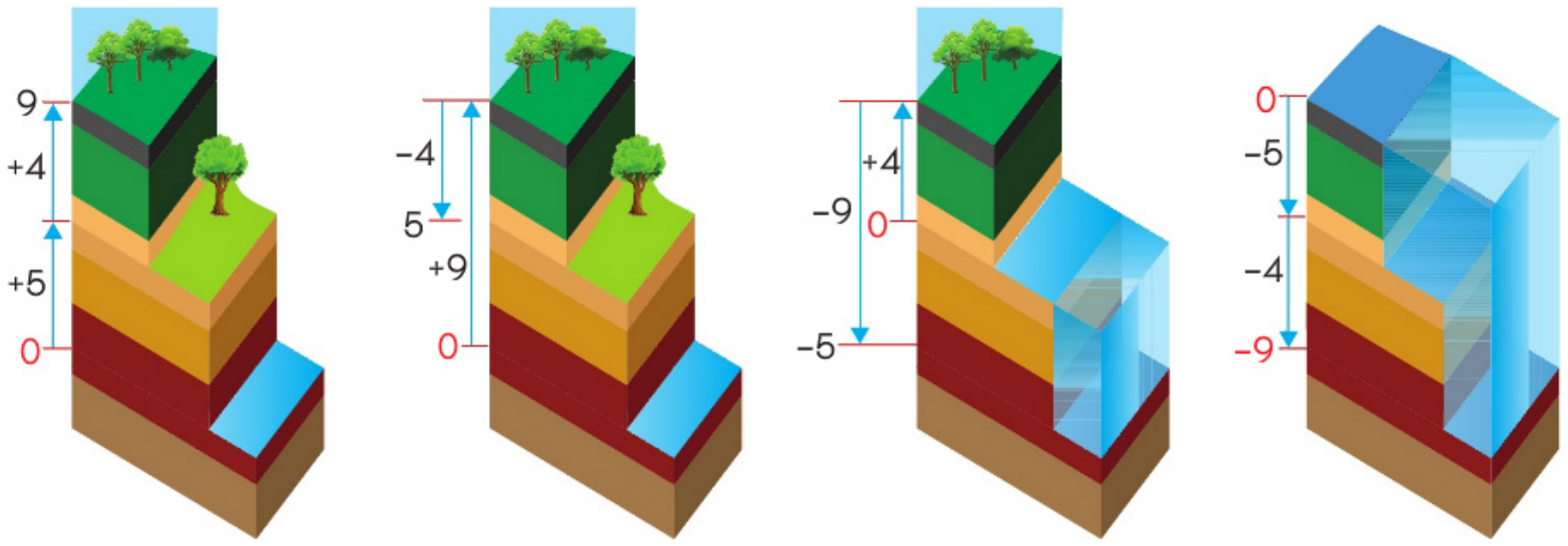
4 **Escribe** los siguientes números:

a) El menor negativo de dos cifras.
b) El mayor negativo impar menor que −30.
c) El mayor negativo par de tres cifras.

Adición en $\mathbb{N}$

Operaciones con números enteros

Adición de enteros



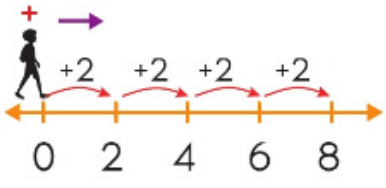
• 5 + 4 = 9 • 9 − 4 = 5 • 4 − 9 = −5 • −5 − 4 = −9

VIDEO DE TEORÍA

Multiplicación de enteros

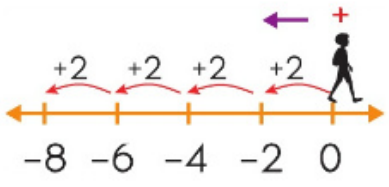
El siguiente ejercicio ejemplifica la multiplicación. Se trata de dar 4 pasos, partiendo del cero: hacia adelante (+4) o en reversa (−4), sin voltear. Supongamos que cada paso tiene 2 unidades. Se presentan dos posibilidades: si caminas mirando hacia la derecha, con cada paso avanzas (+2), y si caminas mirando hacia la izquierda, con cada paso avanzas (−2).

Caso 1:
Caminar hacia adelante (+4), mirando a la derecha (+2)



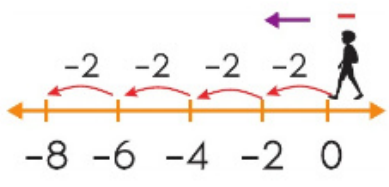
+4(+2) = +8

Caso 2:
Caminar en reversa (−4), mirando a la derecha (+2)



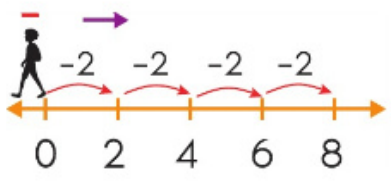
−4×(2) = −8

Caso 3:
Caminar hacia adelante (+4), mirando a la izquierda (−2)



+4×(−2) = −8

Caso 4:
Caminar en reversa (−4), mirando a la izquierda (−2)



−4×(−2) = 8

De los ejercicios realizados se deduce que el producto de dos factores del mismo signo es positivo y el producto de dos factores de signos opuestos, negativo.

Como signo de multiplicación se utilizan: ×, · y ( )( ):

• 5×6 = 30 • −5·6 = −30 • (−5)(−6) = 30 • 5(−6) = −30

División de enteros

La división es inversa a la multiplicación, por lo que se aplican las mismas reglas, esto es, el cociente de dos enteros del mismo signo es positivo y el cociente de enteros de signos contrarios, negativo.

• 30÷6 = 5 • −30÷6 = −5 • 30÷(−6) = −5 • −30÷(−6) = 5

Ten en cuenta

Regla de signos para la multiplicación y la división

La regla de signos se aplica exclusivamente en la multiplicación y en la división.

- (+)(+) = + (+)÷(+) = +
- (+)(−) = − (+)÷(−) = −
- (−)(+) = − (−)÷(+) = −
- (−)(−) = + (−)÷(−) = +

Métodos de reducción de operaciones aditivas

Sin signos colectores

1° De izquierda a derecha:

- $9 - 12 - 3 + 10 = 4$

-3

-6

2° Juntando positivos y negativos:

- $9 - 12 - 3 + 10 = 9 + 10 - 12 - 3$

$= 19 - 15 = 4$

Con signos colectores

1° Efectuando las operaciones entre signos

$$(8 - 12) - (13 - 7) = (-4) - (6) = -10$$

2° Suprimiendo los signos colectores

Cuando un signo colector está precedido por un signo positivo, todos los términos que se encuentra en su interior salen con su propio signo.

$$(8 - 12) - (13 - 7) = 8 - 12 - 13 + 7 = 15 - 25 = -10$$

(-25 sobre $-12 - 13$; 15 bajo $8 \ldots 7$)

Cuando un signo colector está precedido por un signo negativo, todos los términos que se encuentran en su interior salen con signo cambiado.

Ten en cuenta

Signos colectores o de agrupación

Son signos usados para indicar el orden en que se deben efectuar las operaciones. Éstos son:

- Paréntesis: ( )
- Corchetes: [ ]
- Llaves: { }

Ejemplo 1

¿Cuál es el resultado de:

$A = -(-5 + (2 - (-5 + (-1) - 2) - 3) - 4)$?

Resolviendo:

$A = -(-5 + (2 - (-5 - 1 - 2) - 3) - 4)$

$A = -(-5 + (2 - (-8) - 3) - 4)$

$A = -(-3 - (2 + 8 - 3) - 4)$

$A = -(-3 - (7) - 4) = -(-3 - 7 - 4)$

$A = -(-14) \Rightarrow A = 14$

Ejemplo 2

¿Cuál es el resultado de:

$B = -(7 - (6 - (9 - 2\times3) - 7) - 8)$?

Resolviendo:

$B = -(7 - (6 - (9 - 6) - 7) - 8)$

$B = -(7 - (6 - 3 - 7) - 8) = -(7 - (-4) - 8)$

$B = -(7 + 4 - 8) = -(3) \Rightarrow B = -3$

Ejemplo 3

El resultado de $-(-(-(-(-6) - 6) - 6) - 6)$ es:

Resolviendo:

$-(-(-\underbrace{(-(-6) - 6)}_{0} - 6) - 6) = -\underbrace{(-(-6) - 6)}_{0} = 0$

Nivel básico

1 **Efectúa** las siguientes restas de números enteros.

a) $(12) - (+7)$

b) $(15) - (-8)$

c) $(-36) - (+23)$

2 **Efectúa** las siguientes restas de números enteros.

a) $(-36) - (-11)$

b) $(-25) - (35)$

c) $(-100) - (-100)$

3 **Escribe:** >, < o =, según corresponda.

a. (–9) – (–4) ☐ (–3) – (+6)

b. (+13) – (–6) ☐ (–14) – (–2)

c. (–8) – (+13) ☐ (–7) – (+14)

4 Teniendo en cuenta la ley de signos para la multiplicación, **calcula:**

a) (2) (1) (–3) (–4) (–9)

b) (+3) (+4) (–5) (–6)

c) (+2) (+4) (–8) (+7)

5 Teniendo en cuenta la ley de signos para la división, **calcula:**

a) (7 – 5 + 8) ÷ (3 – 2)

b) (–11 + 3 – 9 + 2) ÷ (4 – 7 + 8)

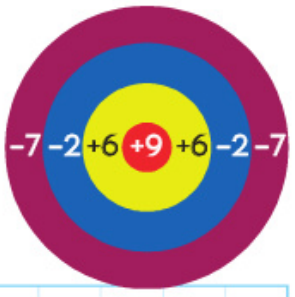
c) (+12 + 4 – 6) ÷ (20 – 15)

Nivel intermedio

6 El resultado de:

–(5 – (5 – (5 – (–6) – 6) – 6) – 6) es:

7 ¿En qué colores de la diana debes dar con tres flechas para obtener cero puntos?



8 Si P = –5 + 8 – (–4) – 10 y
Q = –5 – (–6) + 4 + (–7),

determina el valor de H = P + Q.

9 Si M = 12 – (–4) – (–4) + 5 y
N = M – 3 – (–2),

halla el valor de T = M + N.

10 Si A = –2 + 6 – (–3) + 6 , C = A×B y
B = –2×A

determina el valor de C.

Nivel avanzado

11 **Halla** el valor de:

$J = 7 - (-7) + 7 - 7 - (-7) - 7 + 7$

12 Si $A = -1 \times 2$, $C = A \times B - A + B$ y $B = A \times (-3) - (-6)$,

halla el valor de C.

13 ¿Cuál de los resultados da un valor positivo?

A = (−2)(3)(−4)(5)(−6) ... (−60)

B = (1)(−2)(3)(−4)(5)(−6) ... (77)

14 ¿Cuál de los resultados es mayor?

A) 2 − 2 + 2 − 2 + 2 − ... (22 sumandos)

B) 3 − 3 + 3 − 3 + 3 − ... (33 sumandos)

C) − 4 + 4 − 4 + 4 − ... (44 sumandos)

Tarea

1 **Efectúa** las siguientes restas de números enteros.

a) (+8) − (−8)

b) (+9) − (+9)

c) (+20) − (+20)

2 **Escribe:** >, < o =, según corresponda.

a. (−20) − (+33) ☐ (+18) − (−36)

b. (−39) − (−6) ☐ (+72) − (+8)

c. (+65) − (+7) ☐ (−7) − (−65)

3 **Desarrolla** los cálculos en el cuaderno y luego **completa** la tabla.

a	b	c	$(a + b) - c$	$(a - b) + c$	$(b - c) + a$
−5	4	−1			
8	−2	+9			
+3	−8	−2			

4 ¿Cuál de los resultados es mayor?

A) 6 − 6 + 6 − 6 + 6 − ... (66 sumandos)

B) 5 − 5 + 5 − 5 + 5 − ... (55 sumandos)

C) (− 4)(4)(− 4)(4) ... (45 factores)

Operaciones con enteros

Operaciones combinadas

Cuando intervienen varias operaciones, el problema radica en determinar el orden en que se deben efectuarlas. El orden está determinado por la naturaleza de las mismas operaciones o por los signos de agrupación.

VIDEO DE TEORÍA

1. Operaciones del mismo orden de prioridad

Operamos de izquierda a derecha:

- $5 - 8 - 2 + 4 = -1$

  -3

  -5

- $-5\times8\div10\times(-7) = 28$

  -40

  -4

2. Operaciones de distinto orden de prioridad

Operamos según el orden de prioridad

- $7 + \underbrace{6\times3}_{18} - \underbrace{12\div2}_{6} = 19$

  25

- $15\div5(-2) - \underbrace{8\times3}_{-24} + \underbrace{12\div2}_{6} = -24$

  3

  -6

  -30

3. Operaciones con signos de agrupación

Se efectúan primero las operaciones entre signos de agrupación. También se puede suprimir los signos colectores, siguiendo las reglas establecidas. Pero generalmente se combinan ambos procedimientos.

- $7 + 6(2 - 7) - (-15)\div(8 - 3) - (3 - 7)$

  $= 7 + 6(-5) + 15\div(5) - 3 + 7 = 7 - 30 + \cancel{3} - \cancel{3} + 7 = -16$

Ten en cuenta

Orden de prioridad en las operaciones combinadas

Cuando no hay signos colectores o de agrupación, las operaciones se efectúan de izquierda a derecha si son del mismo orden de prioridad, si son de diferente orden de prioridad, en el orden siguiente:

1° Multiplicación y división.

2° Adición y sustracción.

Ejemplo 1

Halla el resultado de:

$P = -5\times(-2 + (-4)) - 12$

Resolviendo:

$P = -5\times\underbrace{(-2 + (-4))}_{-6} - 12$

$P = \underbrace{-5\times(-6)}_{30} - 12$

$P = 30 - 12$

$P = 18$

Ejemplo 2

Halla el resultado de:

$Q = 12\div(-6 + 2) - 2\times(-3)$

Resolviendo:

$Q = 12\div\underbrace{(-6 + 2)}_{-4} - \underbrace{2\times(-3)}_{-6}$

$Q = \underbrace{12\div(-4)}_{-3} - (-6)$

$Q = -3 - (-6)$

$Q = -3 + 6 \Rightarrow Q = 3$

Ejemplo 3

Si $F = \underbrace{-2 + (-2) + \ldots + (-2)}_{30 \text{ veces}}$,

halla el valor de: $M = 50 + F - (-8)$.

Resolviendo:

Hallando el valor de F:

$F = -2(30) = -60$

Reemplazando en M:

$M = 50 + (-60) - (-8)$

$M = -10 - (-8)$

$M = -10 + 8 = -2$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 4

Si: $Q = (-12 + 5) \div (1 - 2\times4) - (-3)$,

y además, $2\times P + Q = 10$, **halla** P.

Resolviendo:

$Q = \underbrace{(-12 + 5)}_{-7} \div \underbrace{(1 - 2\times4)}_{-7} - (-3)$

$Q = \underbrace{-7 \div (-7)}_{1} - (-3)$

$Q = 1 - (-3) \Rightarrow Q = 1 + 3 = 4$

De la condición:

$2\times P + Q = 10$

$2\times \underbrace{P}_{3} + 4 = 10$

$\Rightarrow P = 3$

Nivel básico

1 El resultado de cuál de las operaciones es mayor:

A = −2 − 3×2 + 7 B = −2 − 2(3 + 7)

2 Andrés efectúa −4 − 3×2÷(−1).

Cielo efectúa −3 − 2÷(8 − 9).

¿Quién obtiene un resultado negativo?

3 Carlos tiene 48 soles. En un juego pierde 18 soles y en el siguiente gana 29 soles. Si compra 12 helados de 2 soles, ¿cuánto le queda?

4 Jacinto y Roxana reunieron 80 soles entre los dos. Jacinto puso 43 soles y el resto, Roxana. Con lo que puso Jacinto se compró 12 chocolates de 3 soles. De los que puso Roxana se repartió entre 15 niños, dando 2 soles a cada uno. ¿Cuánto queda de lo reunido por los dos?

5 En Cerro de Pasco, amanece con 5 grados bajo cero. En la mañana, la temperatura sube 12 grados, en la tarde desciende 9 grados y a media noche llega a 10 grados bajo cero. ¿Cuánto desciende en la noche?

Nivel intermedio

6 Si la temperatura que marca el termómetro es +27° y luego la temperatura desciende 29°, ¿cuál es la nueva temperatura?

7 Si debo S/.15, luego recibo S/.56 y compro un libro por S/.19, ¿cuánto me queda?

8 Un avión se eleva a 1560 m sobre el aeropuerto, luego desciende 500 m y por último vuelve a ascender 250 m. ¿A qué altura está el avión con respecto a la pista de aterrizaje?

9 Un buzo desciende 110 m desde la superficie, luego asciende 50 m y por último vuelve a descender 20 m. ¿A qué profundidad se encuentra el buzo luego de estos tres movimientos?

Nivel avanzado

10 ¿Cuáles de las siguientes expresiones es igual a $144\div12\times6\div2$?

I. $144\times6\div12\div2$ II. $144\times6\div(12\times2)$

III. $144\div2\times6\div12$

11 **Efectúa** las siguientes operaciones:

$A = -((((-3)2 - 3)2 - 3)2 - 3)2$

$B = -2(4 - 2(4 - 2(4 - 2(-3))))$

12 **Efectúa** las siguientes operaciones:

$A = -(2 - (2 - (2 - (2) - 2) - 2) - 2)$

$B = -(1 - 2(2 - 3(3 - 4(-5) - 6) - 7) - 8)$

Tarea

1 **Reduce:** $E = 12\div(-4) - (-5)\times6 - 7\times5$.

2 Si: $A = -9\div3 + (-6)\div(-2)$ y

$B = 12\div(1 - 2\times2) + (-7 - 3)\div10$

halla el valor de $R = A + B$.

3 Si: $A = 15\div(-3) + (-2)\times(-3)$, $B = A - (-3)$ y $C = 2\times A + 3\times B$,

determina el valor de $Y = A + B + C$.

4 **Halla** el valor de:

$T = -12\div(-3) + 8\div(-1 + 2 - (-3)) - (-1)$

GENIOMATIC

Reforzando - Unidad 2

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Juan debe 55 soles a un taller por la reparación de su auto. Si abona 38 soles, ¿cuánto debe aún?

A) S/. 19 B) S/. 27 C) S/. 23 D) S/. 17

2 Un avión vuela a 11000 m y un submarino se encuentra a -250 m. ¿Cuál es la diferencia de alturas entre ambos aparatos?

A) 1250 m B) 11250 m
C) 13250 m D) 11350 m

3 Augusto, emperador romano, nació en el año 63 a.C. y murió a los 49 años. ¿En qué año murió?

A) 14 a.C. B) 14 d.C.
C) 24 a.C. D) 23 a.C.

4 En una estación de esquí, el termómetro marcaba 15° bajo cero a las 8 de la mañana; al mediodía la temperatura había subido 12 grados y a las 7 pm había bajado 7 grados respecto al mediodía. ¿Cuál era la temperatura a esa hora?

A) 8 °C B) –12 °C C) –10 °C D) 11 °C

5 Cuando lo enchufamos a la red eléctrica, un frigorífico se encuentra a la temperatura ambiente, que es de 25 °C. Si cada hora la temperatura baja 3 °C, ¿a qué temperatura estará al cabo de 7 horas?

A) 4 °C B) –3 °C C) –4 °C D) 6 °C

6 El día 28 de enero, el termómetro marcó en Juliaca una mínima de -12 °C y en Tacna llegó a una máxima de 27 °C. ¿Cuál fue la diferencia de temperaturas entre ambas ciudades?

A) 39 °C B) –15 °C C) 15 °C D) –39 °C

7 Si estoy en el piso 12°, bajo 8 pisos y subo 11 pisos, ¿en qué piso me sitúo?

A) 12° piso B) 13° piso
C) 14° piso D) 15° piso

8 Iveth gastó S/. 37 en la heladería. Si pagó con un billete de S/. 50, ¿cuánto recibió de vuelto?

A) S/. 17 B) S/. 13 C) S/. 15 D) S/. 14

9 A mi amigo le debo 13 soles. Si en una rifa de navidad me he ganado 100 soles, y lo primero que hago es pagarle a mi amigo, ¿cuánto dinero me queda?

A) S/. 97 B) S/. 87 C) S/. 77 D) S/. 83

10 Sandro parte en ascensor desde el primer piso de su edificio. El ascensor sube 6 plantas, después baja 3, sube 7, baja 8, sube 12, sube 7 y baja 9. ¿En qué planta termina?

A) 11° piso B) 13° piso
C) 14° piso D) 12° piso

11 Una bomba extrae el petróleo de un pozo a 960 m de profundidad y lo eleva a un depósito situado a 79 m de altura. ¿Qué nivel asciende el petróleo?

A) 1029 m B) 1039 m
C) 1049 m D) 881 m

12 En una tarde de verano, Josefa se da cuenta de que la temperatura se encuentra a 36 °C, por lo que decide prender el aire acondicionado, deseando tener una temperatura de 22 °C. Ella sabe que el sistema de aire logra bajar la temperatura 2° C cada 5 minutos. ¿Cuánto tiempo deberá esperar María para que su casa alcance la temperatura deseada?

A) 1 hora B) 1 hora y media
C) 2 horas D) 1 hora 20 minutos

13 ¿Qué diferencia de temperaturas soporta una persona que pasa de la cámara de conservación de las verduras, que está a 6°C, a la del pescado congelado, que está a –18°C?

A) 24 °C B) –12 °C C) 12 °C D) 16 °C

14 Andrea vive en el 12° piso, se sube en el ascensor y baja al sótano 2. ¿Cuántos pisos ha bajado?

15 En una estación de esquí, la temperatura más alta es de 6 °C, y la más baja, de -35 °C. ¿Cuál ha sido la diferencia de temperaturas?

16 Pitágoras nació el año 585 a. C y murió el año 495 a.C. ¿Cuántos años vivió Pitágoras?

17 Jaime tiene una deuda y decide pagar 120 soles cada mes. ¿Cuál era el importe de la deuda si tarda 8 meses en saldarla?

18 Tengo en el banco 72 soles, y me ha llegado una factura de 111 soles. ¿Cuánto me falta para pagar la factura?

19 Un depósito de agua potable de 12 mil litros está lleno. Cada día entran 2500 litros y salen 3000 litros. Indica el tiempo que tardará en vaciarse el depósito.

20 Un barco está hundido a unos 150 metros de profundidad. Se reflota a una velocidad de 2 metros por minuto. ¿A qué profundidad estará al cabo de una hora?

21 En la ciudad de Pucallpa, hacía una temperatura de 42 °C a las 12:00 m. Para las 8:00 pm la temperatura había descendido 12 °C. ¿Cuál era la temperatura que se registraba en la ciudad de Pucallpa a las 8:00 pm.

22 La fosa marina de Mindanao tiene una profundidad de 11 040 metros, y la fosa marina de Java, de 7250 metros. Calcula la diferencia de profundidades entre las dos fosas.

23 Un día de invierno amaneció a 8 grados bajo cero. A las doce del mediodía la temperatura había subido 12 grados, y hasta las cuatro de la tarde subió 3 grados más. Desde las cuatro hasta las doce de la noche bajó 9 grados, y desde las doce hasta las 6 de la mañana bajó 7 grados más. ¿Qué temperatura hacía a esa hora?

24 En la cuenta corriente del banco tenemos 1300 soles. Se paga el recibo de la luz, que vale S/. 75; el recibo del teléfono, que vale S/. 120, y dos facturas de combustible de S/. 56 cada una. ¿Cuánto dinero queda en la cuenta corriente?

25 En un depósito hay 900 litros de agua. Por la parte superior ingresan al depósito 32 litros por minuto, y por la parte inferior salen 36 litros por minuto. ¿Cuántos litros de agua habrá en el depósito después de media hora?

26 La temperatura del aire baja según se asciende en la atmósfera, a razón de 9°C cada 300 metros, y un avión despega a 32°C ¿A qué altura vuela un avión si allí la temperatura del aire es de -31°C?

27 Durante el medio día se reportó 15 grados en Huancayo, 18 grados en Cusco y 14 grados en Huancavelica. En la tarde la temperatura bajó 4 grados en Huancayo, 6 grados en Cusco y 6 grados en Huancavelica. Determina la temperatura de cada ciudad en la tarde.

28 En una estación de esquí, la temperatura desciende 2 grados cada hora a partir de las 12 horas hasta las 0:00 horas. ¿Cuál es la temperatura a las 0.00 horas, si la temperatura a las 12 horas era de 23 °C?

Autoevaluación

1. La temperatura más alta medida en un congelador ha sido de 4°C bajo cero y la más baja, de 26°C bajo cero. ¿Cuál es la diferencia entre estas temperaturas?

2. Un avión vuela a 8 000 m de altura. Sube 1 000 m para evitar una tormenta y luego desciende hasta los 2600 m. ¿A qué altura vuela ahora?

3. He viajado desde Ananea, donde la temperatura era de –12 grados, hacia Cusco, donde la temperatura es de 19 grados. ¿Cuál es la diferencia de temperaturas entre estos dos lugares?

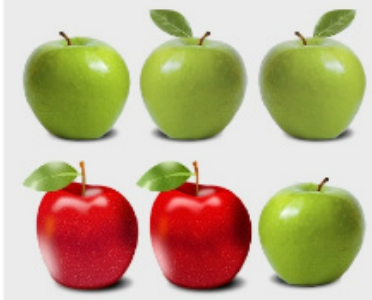
4. Un equipo de fútbol ha subido cinco puestos la última jornada y bajó dos en la anterior. Si antes estaba en la octava posición de la tabla, ¿en qué puesto se encuentra ahora?

5. Carlos ha preparado helado de fresa a una temperatura de 18 °C. Si al congelarlo la temperatura descendió 24 °C bajo cero, ¿a qué temperatura se encuentra?

6. Leonor juega todos los días a las apuestas. El lunes empezó a jugar con 770 soles y ese día perdió 280 soles; el martes ganó 460; el miércoles perdió 230; el jueves perdió 190; el viernes ganó 1150 soles; el sábado perdió 380 y el domingo ganó 490. ¿Cuánto le queda a Leonor al final de la semana?

Operaciones con enteros

Término algebraico



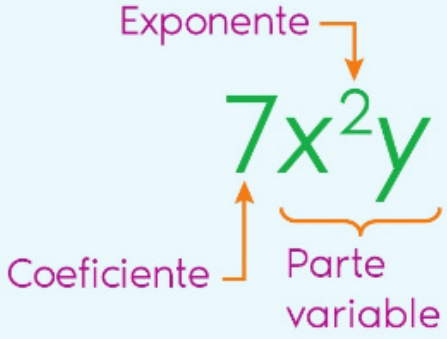
Representemos con x el peso de las manzanas verdes y con y el peso de las manzanas rojas. ¿Cómo se representaría el peso total de las manzanas?

Es importante enfatizar que x no representa la manzana, sino, su peso; y como tal, es un número.

VIDEO DE TEORÍA

La diferencia entre la Aritmética y el Álgebra radica en que la Aritmética las operaciones se realizan con números, mientras que en Álgebra, con números y letras (variables) que representan números.

Un término algebraico es una o varias letras que representan números. Cuando se trata de dos o más letras deben estar unidas por la multiplicación. Además, las letras pueden llevar exponente y un factor numérico.



Vamos a suponer que cada manzana verde pesa 150 g y cada manzana roja, 120 g, el peso total sería:

Peso = 150 + 150 + 150 + 150 + 120 + 120

Peso = $\underbrace{4\times150}_{600} + \underbrace{2\times120}_{240}$ = 840 g

En cambio, cuando los pesos están representados por variables, resulta:

Peso = $x + x + x + x + y + y$ ← Letras iguales se juntan

Peso = $4x + 2y$ ← Ya no es posible reducir más

Términos semejantes

En Aritmética, al sumar 4 + 5 resulta un solo número: 4 + 5 = 9.

En Álgebra, el resultado de $x + y$ no se puede expresar con una sola letra. Solo se suman letras iguales. En general, solo se juntan términos semejantes.

Dos términos son semejantes si tienen las mismas variables, elevadas a los mismos exponentes. Los coeficientes pueden ser diferentes.

Son semejantes	No son semejantes	¿Son semejantes?	
• x con x	• x con y	• $-y$ con y	☐
• $2x$ con $3x$	• $3x$ con $3y$	• $5x$ con $5y$	☐
• $4x^2$ con $-3x^2$	• $4x$ con $4x^2$	• $4x^2$ con $4y^2$	☐
• $2xy$ con $7yx$	• $2x^2$ con $7y^2$	• $2xyz^2$ con $7z^2xy$	☐
• $-9x^2y$ con $8yx^2$	• $8xy^2$ con $8yx^2$	• $8x^2y^3$ con $8y^2x^3$	☐

Ten en cuenta

Variable

La variable es una letra que representa un número.

Una variable no siempre representa al mismo número. Es como el nombre de las personas, puede corresponder a muchas de ellas.

Partes del término algebraico

- Coeficiente (parte constante). Puede ser positivo o negativo.
- Parte variable
  - Variables
  - Exponentes de las variables

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Reducción de términos semejantes

En Aritmética se operan con los números, en álgebra se operan con los números y los términos algebraicos. Solo los términos semejantes se pueden juntar sumando, y a ese proceso se llama reducción de términos semejantes.

- $x + x + x = 3x$
- $y + y + y + y = 4y$
- $6x + 3x - 5x = 4x$
- $6y + y - 2y + z = 5y + z$

Ten en cuenta

Multiplicación de un número por una variable.

El producto 4×5 se interpreta como:

$4\times5 = \underbrace{5 + 5 + 5 + 5}_{\text{4 veces 5}} = 20$

$4x = \underbrace{x + x + x + x}_{\text{4 veces } x}$

Ejemplo 1

Explica ¿por qué $3x + 4x = 7x$?

Resolviendo:

$$3x + 4x = \overbrace{\underbrace{x + x + x}_{3x} + \underbrace{x + x + x + x}_{4x}}^{7x} = 7x$$

Ejemplo 2

Si $A = 3x + 5x - 6x$ y $B = 10x - (3x - 7x)$, **halla** el valor de $T = A + B$.

Resolviendo:

$A = \underbrace{3x + 5x}_{8x} - 6x \Rightarrow A = 8x - 6x = 2x$

$B = 10x - \underbrace{(3x - 7x)}_{-4x} \Rightarrow B = 10x - (-4x)$

$B = 10x + 4x \Rightarrow B = 14x$

$\therefore T = A + B = 2x + 14x = 16x$

Ejemplo 3

De la igualdad $7x^2 + 3x^2 - 5x^2 = ax^b$, **halla** el valor de $G = a - b$.

Resolviendo:

$7x^2 + 3x^2 - 5x^2 = ax^b$

$10x^2 - 5x^2 = ax^b \Rightarrow 5x^2 = ax^b$

De donde: $a = 5$; $b = 2$

Se pide: $G = a - b = 5 - 2 = 3$

Nivel básico

1 Sean $A = x + x + x + x + x$ y $B = x + x + x + x + x + x$

Determina A + B.

2 Sean $A = x + x + x + x + x + x$ y $B = x^2 + x^2 + x^2 + x^2$

A lo más, A + B se reduce a:

3 Sean $A = x^2 + x^2 + x^2 + x^2 + x^2$ y $B = x^2 + x^2 + x^2 + x^2 + x^2 + x^2$

Determina A + B.

4 Si los términos: $(a + b)x^{a+1}y^{b+2}$; $5x^7y^9$ son semejantes, **halla** el coeficiente del primer término.

5 **Reduce** $H = 7a - (5a - 3a) - (8a - 4a)$.

8 Si: $A = 5x + 3x - (6x - 2x)$ y
$B = A - (5x - 7x)$,
determina el valor de B.

Nivel intermedio

6 Si los términos: ax^by^c ; x^by^5 ; $3x^7y^{a+2}$ son semejantes, **determina** el valor de $F = a \times b - c$.

9 Si: $A = 5x - 4x + 3x - 2x + x$ y
$B = 4x - 3x + 2x - x$,
determina el valor de R = A – B.

7 De la igualdad:
$10x - (8x - (5x - 3x)) = ax$
halla el valor de a.

10 Si: $A = 6a - 4a + 7a - 6a$ y
$B = 5a - 4a + 3a - 2a$
halla el valor de F = A – B.

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Nivel avanzado

11 Si: $F = 5a - (9a - 7a) + a$ y
$G = 10a - (3a - a)$,
determina el valor de $M = F + G$.

12 Para que $8x^m + 4x^n + 2x^3$ sea $14x^3$

I. Es suficiente que $m = n$

II. Es necesario que $n = 3$

III. Es necesario que $n = m = 3$

13 **Califica** como verdadera (V) o como falsa (F) las igualdades:

I. $x + x = x^2$

II. $x + x + x + x^2 + x^2 = x^2 + x^2 + x + x + x$

III. $x + x^2 + x + x^2 + x = x^2 + x + x + x + x^2$

14 Para que los términos algebraicos $8x^2y^3$ e $-y^nx^m$, sean semejantes:

I. Es suficiente que $n = 2$

II. Es necesario que $m = 2$

III. Es necesario que $n = 2$ y $m = 3$

Tarea

1 **Reduce:**
$M = 8x - (7x - 3x) + (3x - (12x - 10x))$

2 Sean: $A = x^2 + x^2 + x^2 + x + x$ y
$B = x + x + x + x^2 + x^2 + x^2$.
Determina $A + B$.

3 Si: $A = 3a + 4a - 5a + a - 2a$ y
$B = 7a - 6a + 9a - 8a$,
determina el valor de $H = A + B$.

4 Si: $A = 5a - 4a + 3a - 2a + a$ y
$B = 5a - (4a + 3a) - (2a + a)$,
halla el valor de $K = A - B$.

Reducción de términos semejantes con dos variables

Operaciones con enteros

En Álgebra, las operaciones de adición y sustracción se realizan con términos algebraicos. Aquí veremos el caso de términos semejantes con dos variables.

Es similar a las operaciones con enteros, la única diferencia radica en que no se puede juntar por adición los términos que no son semejantes. Básicamente se presentan dos casos:

VIDEO DE TEORÍA

Reducción de términos semejantes con dos variables cuando no hay signos de agrupación.

Identificados los términos semejantes, se agrupan y se opera con los coeficientes de izquierda a derecha, como si fueran números enteros, y se escribe la misma parte literal.

- $3x + 6y - 7x - 2y + x = \underbrace{3x - 7x + x}_{-3x} + \underbrace{6y - 2y}_{4y} = -3x + 4y$
- $6xy + 2y - 5yx - 8y = \underbrace{6xy - 5yx}_{xy} + \underbrace{2y - 8y}_{-6y} = xy - 6y$
- $7x - 2y^2 - 5y^2 - 2x + y^2 = \underbrace{7x - 2x}_{5x} \underbrace{- 2y^2 - 5y^2 + y^2}_{-6y^2} = 5x - 6y^2$

Reducción de términos semejantes con dos variables cuando hay signos de agrupación

Se suprimen los signos de agrupación desarrollando las operaciones en su interior o suprimiéndolas previamente, luego se procede como en el caso anterior.

- $2x - [9y - (7x - 3y) + x] = 2x - [9y - 7x + 3y + x]$
  $= \underline{5x} - \underline{9y} + \underline{7x} - \underline{3y} - \underline{x} = 11x - 12y$
- $3a - [-(5b - 3a + 3b) - 2a] = 3a - [-5b + 3a - 3b - 2a]$
  $= \cancel{3a} + 5b - \cancel{3a} + 3b + 2a$
  $= 8b + 2a$

Ejemplo 1

Reduce:

$K = 11a + 8b - 5a - 7b$

Resolviendo:

$K = 11a + 8b - 5a - 7b$

$K = 6a + b$

Ejemplo 2

Reduce:

$K = 8a - (5a - 6b) + (5a - 5b)$

Resolviendo:

$K = 8a - 5a + 6b + 5a - 5b$

$K = 8a - 5a + 5a + 6b - 5b$

$K = 8a + b$

Ten en cuenta

Simplificación

En las operaciones matemáticas de cualquier tipo, la simplificación y la aplicación conveniente de propiedades reduce sustancialmente el número de pasos.

En la reducción de términos semejantes, la simplificación consiste básicamente en eliminar términos semejantes con coeficientes opuestos.

- $\cancel{4x} + 2y - \cancel{4x} = 2y$
- $5x - \cancel{2y} - 4x + \cancel{2y} = x$

Ejercicios

Reduce:

A = $3a + 2b - a + 5b$

B = $7x - (4x + 2y) + 8y$

C = $x + y + 2x + 3y$

D = $3x + 5y - 3x - 3y$

E = $12x + 7y - 3y - 5x$

F = $x + 2x - 3y + 4x - 2y$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 3

Al reducir $7x^2y^3 + 5x^2y^3 - 6x^2y^3$ resulta ax^by^c. **Halla** el valor de $T = a + b + c$.

Resolviendo:

$$7x^2y^3 + 5x^2y^3 - 6x^2y^3 = ax^by^c$$

$$12x^2y^3 - 6x^2y^3 = ax^by^c \quad \Rightarrow \quad a = 6,\ b = 2,\ c = 3$$

$$6x^2y^3 = ax^by^c$$

$\therefore T = a + b + c = 6 + 2 + 3 = 11$

Ejemplo 4

Si la expresión $3a^2 + 5b - (a^2 + 3b) + a^2$ se reduce a $xa^2 + yb$, **halla** el valor de $M = x + y$.

Resolviendo:

$$3a^2 + 5b - (a^2 + 3b) + a^2 = xa^2 + yb$$

$$3a^2 + 5b - a^2 - 3b + a^2 = xa^2 + yb$$

$$(3a^2 - a^2 + a^2) + (5b - 3b) = xa^2 + yb$$

$$3a^2 + 2b = xa^2 + yb$$

De donde: $x = 3$; $y = 2$

$M = x + y = 3 + 2 = 5$

Nivel básico

1 **Simplifica:**

$M = 7ab - 5ab + 6ab - 3ab + 4ab$

2 **Reduce:** $H = 10x + 7y - 4x - 3y + 2x + y$

3 **Simplifica:**

$D = 5x^2y + (10x^2y - 8x^2y) - (5x^2y - 2x^2y)$

4 Si la expresión $6x^3 + 4y - (2x^3 - 2y)$ se reduce a $ax^b + cy$, **determina** el valor de $J = a + b + c$.

5 Luego de reducir $10x + 7y - (8x + 3y)$ resulta $ax + by$. Entonces:

A) $a = b$ B) $a < b$ C) $a > b$

Nivel intermedio

6 Si: $A = 5x + 3y - (2x - y)$ y $B = A - (x - y)$, **determina** el valor de $H = A + B$.

7 Si: $A = 7xy - [4xy + (5xy - 2xy) + xy]$ y
$B = 6xy - (4xy + 2xy - xy)$,
determina el valor de $R = A - B$.

8 Si: $A = 6a + 4b - (3a - 2b)$ y
$B = 5a - (4a + 3b) - 2b$,
halla el valor de $F = A + B$.

9 Si la expresión $-[15a^4 + 5b - (8a^4 - 2b)] - 4a^4$ se reduce a $xa^y + zb$, **halla** el valor de:
$K = x + y - xy + z$.

Nivel avanzado

10 Para que al reducir:
$2x - [(3x - y) + (-y + ax)] - 2y$
resulte $10x$, el valor de a debe ser:

11 **Reduce:**
$A = -12ax + 15ax - (18ax + 20ax - 6ax)$ y
$B = y^3 + 9y^3 - [13y^3 + 10y^2 - (2y^3 + 5y^3)]$

12 **Reduce** las expresiones:
a) $-3z - [-2z + 8z] + [8x - 5m + 9z] - 15x$ y
b) $8a^2 + \{5a + 6p^3\} - (4a^2 - 8a) - [9p^3 + 5a^2]$

Tarea

1 **Simplifica:** $E = 8xy - 5xy + 3xy - xy + 4xy$

2 **Reduce:**
$M = 8a + 9b - (6a - 3b) + (3a + 2b)$

2 Luego de reducir $10x^2y - (4x^2y + 6x^2y - 3x^2y)$ resulta ax^by, **halla** el valor de $2a + b$.

4 Si: $A = 3a + 4b - 2a + a + 2b$ y
$B = 7a + 6b - (2a + 3b)$,
determina el valor de $N = A + B$.

Reducción de términos semejantes

Potenciación
Leyes de exponentes

Para realizar operaciones donde intervienen exponentes, en Álgebra se definen 4 reglas, conocidas como leyes de exponentes. Estas reglas son:

VIDEO DE TEORÍA

1. Exponente natural

Es un número natural que indica el número de veces que se repite como factor la variable llamada base.

$$x^n = \underbrace{x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot \ldots \cdot x\cdot x}_{n \text{ factores}}$$

(Exponente natural: n; Base: x)

$n \in \mathbb{N}, \forall x$

- $x^2 = x\cdot x$ Se lee "x al cuadrado"
- $x^3 = x\cdot x\cdot x$ Se lee "x al cubo"
- $x^4 = x\cdot x\cdot x\cdot x$ Se lee "x a la cuarta"
- $x^5 = x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x$ Se lee "x a la quinta"

Recíprocamente:

$x\cdot x\cdot x = x^3$

$x\cdot x\cdot x\cdot x = x^4$

$x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x = x^5$

2. Exponente cero

Cualquier número diferente de cero elevado a un exponente cero es 1.

$x^0 = 1 \quad \forall x \neq 0$

- $2348^0 = 1$
- $(xy)^0 = 1$
- $(x + y)^0 = 1$

3. Exponente negativo

El exponente negativo indica la base que se debe invertir.

$x^{-n} = \frac{1}{x^n} \quad \forall x \neq 0$

- $5^{-2} = \frac{1}{5^2}$
- $x^{-3} = \frac{1}{x^3}$
- $(xy)^{-5} = \frac{1}{(xy)^5}$

4. Exponente fraccionario

El exponente fraccionario representa la radicación:

$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$

- $7^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{7^3}$
- $x^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{x^4}$
- $\sqrt[3]{9^5} = 9^{\frac{5}{3}}$
- $\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}}$

Ejemplo 1

Expresa en forma de producto y **calcula** el resultado de:

a) 2^5 b) $(-3)^4$ c) $(-5)^3$

Resolviendo:

a) $2^5 = 2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2 = 32$

b) $(-3)^4 = (-3)(-3)(-3)(-3) = 81$

c) $(-5)^3 = (-5)(-5)(-5) = -125$

Ten en cuenta

Potenciación

En la adición:

$x + x + x + x + x = 5x$

En la multiplicación:

$x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x = x^5$

La **potenciación** consiste en multiplicar por sí mismo un número llamado base, tantas veces como indica otro llamado exponente.

- $5^2 = 5\times5 \Rightarrow 5^2 = 25$
- $4^3 = 4\cdot4\cdot4 \Rightarrow 4^3 = 64$
- $x^2 = x\cdot x$
- $x^3 = x\cdot x\cdot x$

Inversa de un número

- La inversa de 5 es $\frac{1}{5}$
- La inversa de x es $\frac{1}{x}$
- La inversa de $\frac{1}{8}$ es 8

Simplificación de fracciones

El numerador y el denominador de una fracción se pueden multiplicar o dividir por el mismo número, lo que no cambia el valor de la fracción:

- $\frac{4\cdot4\cdot4}{4\cdot4} = 4$
- $\frac{x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x}{x\cdot x\cdot x} = x\cdot x = x^2$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 2

Expresa x^6 de todas las formas posibles, sin importar el orden, como el producto de dos factores de base x.

Resolviendo:

Dado que $x^6 = x{\cdot}x{\cdot}x{\cdot}x{\cdot}x{\cdot}x$ se puede expresar de las siguientes formas:

- $x^6 = x{\cdot}x^5$
- $x^6 = x^2{\cdot}x^4$
- $x^6 = x^3{\cdot}x^3$

Ejemplo 3

Simplifica: a) $\frac{x^4}{x^2}$ b) $\frac{x^5}{x^3}$ c) $\frac{x^3{\cdot}x^4}{x^2}$

Resolviendo:

a) $\frac{x^4}{x^2} = \frac{x{\cdot}x{\cdot}\cancel{x{\cdot}x}}{\cancel{x{\cdot}x}} = x{\cdot}x = x^2$

b) $\frac{x^5}{x^3} = \frac{x{\cdot}x{\cdot}\cancel{x{\cdot}x{\cdot}x}}{\cancel{x{\cdot}x{\cdot}x}} = x{\cdot}x = x^2$

c) $\frac{x^3{\cdot}x^4}{x^2} = \frac{x{\cdot}x{\cdot}x{\cdot}x{\cdot}x{\cdot}\cancel{x{\cdot}x}}{\cancel{x{\cdot}x}} = x{\cdot}x{\cdot}x{\cdot}x{\cdot}x = x^5$

Nivel básico

1 **Expresa** en forma de producto:

a) 6^4 b) $(-5)^3$ c) $(-7)^4$

2 **Expresa** en forma de potenciación:

a) $8{\cdot}8{\cdot}8{\cdot}8$ b) $(-5)(-5)(-5)(-5)$

c) $7{\cdot}7{\cdot}7{\cdot}7{\cdot}7{\cdot}9{\cdot}9{\cdot}9$

3 **Determina** si es verdadero (V) o falso (F).

I. $x^1 = x$ II. $0^1 = 0$ III. $1^4 = 1$

4 **Relaciona** con su equivalente:

a) 4^2	1. 3^3
b) 25	2. 16
a) 27	3. 5^2

5 **Determina** si es verdadero (V) o falso (F).

I. $2^3 = 3^2$ II. $2^2 = 2{\cdot}2$ III. $2^4 = 4^2$

Nivel intermedio

6 **Determina** si es verdadero (V) o falso (F).

I. $x{\cdot}x^5 = x^6$ II. $x^5 = x^2{\cdot}x^3$ III. $x^3{\cdot}x^2 = x^6$

7 **Determina** si es verdadero (V) o falso (F).

I. $\sqrt[3]{x^5} = x^{\frac{3}{5}}$ II. $\sqrt[6]{x^2} = x^3$ III. $\sqrt{x^4} = x^2$

GENIOMATIC

8 **Determina** si es verdadero (V) o falso (F).

I. $23^0 = 1$ II. $(-36)^0 = -1$ III. $(5 + 5)^0 = 2$

9 **Simplifica:** a) $\frac{x^4}{x^2}$ b) $\frac{x^8}{x^4}$ c) $\frac{x^4 \cdot x^3}{x^6}$

10 **Determina** si es verdadero (V) o falso (F).

I. $1^{500} = 10$ II. $1^{600} = 600$ III. $1^{40} + 1^{50} = 1^{90}$

Nivel avanzado

11 **Determina** si es verdadero (V) o falso (F).

I. $(5 + 5)^2 = 1$ II. $(-x)^1 = -1$ III. $(x + x)^1 = 2$

12 **Determina** si es verdadero (V) o falso (F).

I. $x^0 = 1$ II. $(-x)^0 = -1$ III. $(x + x)^0 = 2$

13 **Determina** si es verdadero (V) o falso (F).

I. $2^3 \cdot 2^{-3} = 1$ II. $5^3 \cdot 5^{-3} = 0$ III. $\frac{4^2}{4^{-2}} = 1$

14 **Determina** si es verdadero (V) o falso (F).

I. $x^{2+3} = x^2 + x^3$ II. $(x + x)^3 = x^3 + x^3$

III. $x^3 + x^{-3} = 1$

Tarea

1 **Expresa** en forma de potenciación las siguientes expresiones:

a) $x \cdot x \cdot x$ b) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$ c) $(-x)(-x)(-x)(-x)$

2 **Expresa** en forma de producto y **calcula** el resultado de:

a) 5^3 b) $(-2)^5$ c) $(-2)^6$

3 **Expresa** x^7 de todas las formas posibles, sin importar el orden, como el producto de dos factores de base x.

4 **Simplifica:** a) $\frac{x^3}{x^2}$ b) $\frac{x^6}{x^4}$ c) $\frac{x^3 \cdot x^4}{x^6}$

Reforzando - Unidad 3

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Sean: $A = x + x + x + x + x + x$
y $B = x + x + x + x + x + x + x$.

Determina A + B.

A) $13x$ B) $14x$ C) $10x$ D) $12x$

2 Sean: $P = x + y + x + y + x$
y $Q = y + x + y + x + y$.

Entonces P – Q es:

A) 0 B) xy C) $x - y$ D) $5x - 5y$

3 Sean: $A = x + 2x + 3x + 4x + 5x$
y $B = x^2 + 2x^2 + 3x^2 + 4x^2$.

A + B se reduce a:

A) $15x + 8x^2$ B) $25x^2$
C) $150x^3$ D) $15x + 10x^2$

4 Haz corresponder el término algebraico con su respectivo coeficiente.

a. $12xy^{-2}$ 1. -2
b. $-2x^{15}y$ 2. 15
c. $15x^{12}y$ 3. 12

A) a-1; b-2; c-3 B) a-2; b-1; c-3
C) a-3; b-2; c-1 D) a-3; b-1; c-2

5 ¿Cuál de los siguientes términos no es semejante a $-13x^3y^2$?

A) $-3x^3y^2$ B) $12y^2x^3$ C) x^3y^2 D) $-13x^2y^3$

6 Al reducir los términos de la expresión: $10x + 3y + 4x + 5y$ resulta:

A) $14xy$ B) $14x + 8y$ C) $600xy$ D) $22xy$

7 En un prado había $25x$ árboles. Ahora hay $67x$. ¿Cuántos árboles nuevos han aparecido?

A) $36x$ B) $42x$ C) $91x$ D) $72x$

8 En un jarrón hay $(3x + 5y)$ margaritas y $(6x + y)$ rosas. ¿Cuántas flores hay en total?

A) $15xy$ B) $9x + 5y$ C) $9x + 6y$ D) $54xy$

9 En una estación de autobuses había $23a$ autobuses estacionados a la derecha y $15a$ a la izquierda. ¿Cuántos autobuses había en total?

A) $28a$ B) $24a$
C) $28a^2$ D) $27a$

10 Un collar tiene $3x$ bolas blancas, $4y$ azules y $5z$ rojas. ¿Cuántas bolas tiene en total el collar?

A) $4x + 3y + 5z$ B) $12xyz$
C) $3x + 4y + 5z$ D) $60xyz$

11 En un parque había $5x$ niños y $6y$ niñas. Ahora solo quedan $3x - 2y$. ¿Cuántos niños y niñas se han ido a casa?

A) $2x - 8y$ B) $2x + 8y$
C) $5x + 8y$ D) $8x + 4y$

12 En un río se bañan $3x - 2y$ hipopótamos y $5x - 3y$ elefantes. Después llega una manada de $4x - y$ hipopótamos y $2x + 6y$ elefantes. ¿Cuántos animales hay ahora en el río?

A) $14x + y$ B) $14x - y$ C) $14x$ D) $15xy$

13 Mariela compró $3x$ kilogramos de fruta a $2y$ soles el kilogramo. ¿Cuánto gastó?

A) $3x + 2y$ B) $6xy$ C) $5xy$ D) $6x + y$

14 En una cuadra hay dos lotes de terreno en venta, uno de $24x^2$ metros cuadrados y otro de $6x^2$ metros cuadrados. ¿Cuántos metros cuadrados de terreno están en venta?

A) $144x^2$ B) $30x^2$ C) $60x^2$ D) $72x^2$

15 Un lote rectangular tiene $8x^3$ metros de largo y $6x^2$ metros de ancho. ¿Cuál es el área del lote, en metros cuadrados?

A) $48x^5$ B) $48x^2$ C) $48x$ D) $14x^5$

16 Luego de reducir las expresiones:

$M = -6a + 10b - 16a + 27a - 10b$ y

$N = 3a + 9b - 7a + 12a - 15b$,

obtén M + N.

17 Reduce las siguientes expresiones:

a) $K = -(5x + 10y) + (12x - 15y)$

b) $M = 5(a^2 - 3) - 3a^2 + 17$

c) $A = 5x^2 + 3x^2 - 2x$

d) $B = 3x^2 + 8y + 5x^2 - 4y$

18 Reduce las siguientes expresiones:

a) $A = 2^7 \cdot 2^{-5} \cdot 2^3$

b) $M = 3^6 \cdot 3^{-3} \cdot 3^2$

c) $J = x^3 \cdot x^7 \cdot x^{-6}$

d) $K = 3x^5 \cdot x^{-6} \cdot x^8 \cdot x^3$

19 Simplifica las siguientes expresiones:

a) $N = \dfrac{2^5 \cdot 2^4}{2^7}$ b) $M = \dfrac{3^5 \cdot 3^4}{3^6}$

c) $M = \dfrac{2^5 \cdot 3^7 \cdot 2^4 \cdot 3^{-2}}{2^6 \cdot 3^4}$ d) $N = \dfrac{4^5 \cdot 7^8 \cdot 4^4 \cdot 7^{-4}}{4^7 \cdot 7^3}$

20 Resuelve las siguientes expresiones:

a) $N = \dfrac{4^5 \cdot 7^8 \cdot 4^4 \cdot 7^{-4}}{4^7 \cdot 7^3}$

b) $J = \dfrac{x^{10} \cdot y^9 \cdot x^{-5} \cdot y^{-2}}{x^3 \cdot y^7}$; $x, y \neq 0$

21 Evalúa como verdadera (V) o como falsa (F) las siguientes igualdades:

a) $x^4 \cdot x^3 = x^2 \cdot x^7$ ( )

b) $x^{-3} \cdot x^5 = x^{-2} \cdot x^6$ ( )

c) $x^7 \cdot x^{-4} = x^4 \cdot x^{-1}$ ( )

22 Evalúa como verdadera (V) o como falsa (F) las siguientes igualdades:

a) $-x^3 = (-x)^3$ ( )

b) $-x^4 = (-x)^2 \cdot x^2$ ( )

c) $(-x)^7(-x)^{-2} = -x^7 \cdot x^{-2}$ ( )

23 En mi casa había 5x libros. Mi abuelo se llevó algunos para leer y ahora solo quedan 2x. ¿Cuántos libros se llevó mi abuelo?

24 Sergio tiene 63x + 2y céntimos. María tiene 25x – 12y. ¿Cuántos céntimos más que María tiene Sergio?

25 Un hotel tiene (23x + 12y) habitaciones. Este fin de semana se han ocupado (7x + 15y). ¿Cuántas habitaciones quedan libres?

26 Emilia lleva $2x^3$ panes. Si cada pan pesa 2x gramos, ¿cuánto peso lleva Emilia?

27 Gerardo compró x^3 pelotas por $24x^5$ soles. ¿Cuánto le costó cada pelota?

28 En un centro médico se han atendido $9x^2$ pacientes en $36x^4$ minutos. ¿Cuál es tiempo, en minutos, de atención por cada paciente?

29 En una empresa de carga, Fabio hace un envío de $5x^3$ cajas que pesan $4x^2$ kilogramos cada una. Si el kilogramo de envío cuesta 2x soles, ¿cuánto pagó Fabio por el envío?

30 Las dimensiones de un ladrillo son x^2 metros de largo por $2x^2$ metros de ancho y x metros de alto. Apilando los ladrillos se forma un muro de $4x^3$ metros de largo $5x^2$ metros de largo y x^3 metros de alto. ¿Cuántos ladrillos se utilizaron?

31 Un camión lleva $3x^2$ cajones de mango. Cada mango pesa, en promedio, 2x kilogramos. Si el camión lleva un peso total de $24x^6$ kilogramos, ¿cuántos mangos contiene, en promedio, cada cajón?

32 A un reservorio de 6x metros de largo, 5x metros de ancho y 2x metros de profundidad, se vierte agua a razón de $2x^3$ metros cúbicos por minuto. Al cabo de 16 minutos, ¿cuántos metros cúbicos de agua faltarán para llenar el reservorio?

Autoevaluación

1 Reduce las siguientes expresiones:

a) $K = -(6x - 10y) - (10x - 8y)$

b) $M = -(12a^2 - 3b) - (13a^2 + 7b)$

c) $A = 6x^2 + (3x^2 - 2x) - (10x^2 + 5x)$

d) $B = -(4x^2 - 6y + 7) - (-5x^2 + 7y + 7)$

2 Simplifica las siguientes expresiones:

a) $A = \dfrac{5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^4 \cdot 5^{-6}}{5^3 \cdot 5 \cdot 5^{-2}}$ b) $N = \dfrac{3^4 \cdot 3^{-3} \cdot 3^7 \cdot 3^{-5}}{3^3 \cdot 3^2 \cdot 3^{-1}}$

3 Aplicando la definición de exponente entero, demuestra que:

a) $(-x)^5 = -x^5$ b) $(-x)^4 = x^4$

c) $(-x)^2(-x)^2 = x^4$ d) $(x + x)^2 = 4x^2$

4 El parque de la calle de Juan tiene $(9x + 4y)$ bancos. El de mi calle tiene $(5x - 2y)$. ¿Cuántos bancos más que el de Juan tiene el parque de mi calle?

5 En una empresa de carga, Mario hace un envío de $12x^4$ cajas que pesan $4x$ kilogramos cada una. Si el kilogramo de envío cuesta x^2 soles, ¿cuánto pagó Mario por el envío?

6 A un reservorio de $8x$ metros de largo, $6x$ metros de ancho y $4x$ metros de profundidad, se vierte agua a razón de $3x^3$ metros cúbicos por minuto. Al cabo de 15 minutos, ¿cuántos metros cúbicos de agua faltarán para llenar el reservorio?

Leyes de exponentes y operaciones con fracciones

Teoremas sobre exponentes

Los teoremas son reglas que se desprenden de otras reglas o leyes primarias (axiomas) o de otros teoremas.

En este caso, a partir de las 4 reglas que hemos visto, vamos a deducir nuevas reglas que nos van a permitir simplificar las operaciones con exponentes.

VIDEO DE TEORÍA

1. Multiplicación de potencias de bases iguales

$x^2 \cdot x^3 = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = x^5 \leftarrow 2+3$

$x^4 \cdot x^2 = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = x^6 \leftarrow 4+2$

$a^3 \cdot a^4 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^7 \leftarrow 3+4$

En general: $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$

- $x^2 \cdot x^5 = x^{2+5} = x^7$
- $y \cdot y^4 = y^{1+4} = y^5$
- $a^5 \cdot a^{-7} = a^{5-7} = a^{-2}$
- $x^5 \cdot y^5 =$ No procede

2. División de potencias de bases iguales

Recordemos que: $x^{-m} = \frac{1}{x^m}$

Recíprocamente: $\frac{1}{x^m} = x^{-m}$

$\frac{x^n}{x^m} = x^n \cdot x^{-m}$

$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$

En general: $\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$

- $\frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2 = 4$
- $\frac{x^5}{x} = x^{5-1} = x^4$
- $\frac{x^4}{x^7} = x^{4-7} = x^{-3} = \frac{1}{x^3}$
- $\frac{x^6}{y^4} =$ No procede

3. Potencia de una multiplicación

- $(xy)^2 = xy \cdot xy = x \cdot x \cdot y \cdot y = x^2y^2$
- $(xy)^3 = xy \cdot xy \cdot xy = x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y = x^3y^3$

En general: $(xy)^n = x^n \cdot y^n$

- $(ab)^2 = a^2b^2$
- $(mn)^3 = m^3n^3$
- $(abc)^2 = a^2b^2c^2$
- $(pq)^5 = p^5q^5$

4. Potencia de una división

$\left(\frac{x}{y}\right)^3 = \frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y} = \frac{x \cdot x \cdot x}{y \cdot y \cdot y} \Rightarrow \left(\frac{x}{y}\right)^3 = \frac{x^3}{y^3}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^4 = \frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a}{b \cdot b \cdot b \cdot b} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^4 = \frac{a^4}{b^4}$

En general: $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n}$

- $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$
- $\left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{4^3}{5^3} = \frac{64}{125}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-3} = \left(\frac{b}{a}\right)^3 = \frac{b^3}{a^3}$

Ten en cuenta

Operaciones con fracciones

Adición de fracciones homogéneas

$\frac{9}{7} + \frac{5}{7} - \frac{6}{7} = \frac{9+5-6}{7} = \frac{8}{7}$

Adición de fracciones heterogéneas

$\frac{5}{6} + \frac{3}{8} - \frac{7}{12} = \frac{20+9-14}{24}$

MCM = 24

$= \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$

Multiplicación de fracciones

- $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$
- $a \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d}$
- $\frac{c}{d} \times a = \frac{c \times a}{d}$

División de fracciones

- $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \times d}{b \times c}$
- $a \div \frac{c}{d} = \frac{a}{\frac{c}{d}} = \frac{a \times d}{c}$
- $\frac{a}{b} \div c = \frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b \times c}$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

5. Potencia de una potencia

- $(x^2)^3 = x^2 \cdot x^2 \cdot x^2 = x^{2+2+2} = x^6$ ← 3·2
- $(y^5)^4 = x^5 \cdot x^5 \cdot x^5 \cdot x^5 = x^{5+5+5+5} = x^{20}$ ← 4·5

En general:

$(x^n)^m = x^{n \cdot m}$

- $(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6 = 64$
- $(3^2)^2 = 3^{2 \cdot 2} = 3^4 = 81$
- $(a^5)^{-6} = a^{5(-6)} = a^{-30}$
- $(x^2y^{-3})^4 = x^{2 \cdot 4}y^{-3 \cdot 4} = x^8y^{-12}$

Comprueba estas reglas

- $(x^a)^b = (x^b)^a$
- $(x^a)^{-b} = (x^{-a})^b$
- $(x^a y^b)^n = x^{an}y^{bn}$

Ejemplo 1

Simplifica: $J = \dfrac{5^{12} \times 5^{13}}{5^{23}}$

Resolviendo:

$J = \dfrac{5^{12+13}}{5^{23}} = \dfrac{5^{25}}{5^{23}} = 5^{25-23}$

$= 5^2 \Rightarrow J = 25$

Ejemplo 2

Halla el valor de $K = \dfrac{\overbrace{3 \times 3 \times 3 \times \ldots \times 3}^{20 \text{ veces}}}{9^9}$

Resolviendo:

$K = \dfrac{3^{20}}{(3^2)^9} = \dfrac{3^{20}}{3^{18}} = 3^{20-18} = 3^2 = 9$

Ejemplo 3

Simplifica: $K = \dfrac{a^{12} \times a^{10} \times a^3}{a^{16} \times a^7}$

Resolviendo:

$K = \dfrac{a^{12+10+3}}{a^{16+7}} = \dfrac{a^{25}}{a^{23}}$

$= a^{25-23} = a^2$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Nivel básico

1 **Relaciona** con su equivalente:

a) $x^3 \cdot x^2$ 1. $x^6 \cdot x^2$

b) $x^4 \cdot x^2$ 2. $x \cdot x^4$

c) $x^5 \cdot x^3$ 3. $x^3 \cdot x^3$

2 **Relaciona** con su equivalente:

a) $\dfrac{x^3}{x^2}$ 1. $\dfrac{x^2}{x}$

b) $\dfrac{x^5}{x^3}$ 2. $\dfrac{x^4}{x}$

c) $\dfrac{x^7}{x^4}$ 3. $\dfrac{x^6}{x^4}$

3 **Evalúa** si es verdadero (V) o es falso (F:

a) $(ab)^2 = a^2b^2$ b) $(a + b)^2 = a^2 + b^2$

c) $(-xy)^4 = (xy)^4$ d) $(-mn)^5 = -(mn)^5$

4 **Relaciona** con su equivalente:

a) $\dfrac{x^2}{y^2}$ 1. $\left(\dfrac{x}{y}\right)^2$

b) $\dfrac{x^{-3}}{y^{-3}}$ 2. $\left(\dfrac{x}{y}\right)^3$

c) $\dfrac{y^{-3}}{x^{-3}}$ 3. $\left(\dfrac{y}{x}\right)^3$

5 **Evalúa** si es verdadero (V) o falso (F:

a) $(a^3)^2 = a^{3+2}$ b) $(a^3)^{-4} = a^{-3 \cdot 4}$

c) $(a^3)^2 = (a^2)^3$ d) $(a^3)^{-4} = (a^{-3})^4$

Nivel intermedio

6 **Simplifica:** $W = \dfrac{7^{12} \times 7^{18}}{7^{29}}$

7 **Simplifica:** $N = \dfrac{a^{13} \times a^{14}}{a^{12} \times a^{12}}$

Genio Matic

8 **Reduce:** $M = \frac{b^{2010}}{b^{2009}} + \frac{b^{2011}}{b^{2010}} + \frac{b^{2012}}{b^{2011}}$

9 **Simplifica:** $F = \frac{(a^2 \times b^3)^{10}}{a^{19} \times b^{30}}$

10 **Simplifica:** $T = \frac{a^{15}}{(a^3)^5} + \frac{(b^2)^5}{b^{10}} + \frac{(ab)^3}{a^3 \times b^3}$

Nivel avanzado

11 Si $[(a^3)^2]^4 = a^{2x+4}$, **determina** el valor de x.

12 **Halla** el valor de: $A = \frac{(a^3)^5}{a^2 \times a^3 \times a^4} + a^{15} \div a^9$

13 **Simplifica:** $K = \frac{(a^3)^8 \times (a^4)^5}{a^{43}}$

Tarea

1 **Simplifica:** $A = \frac{b^{26} \times b^{24}}{(b^7)^7}$

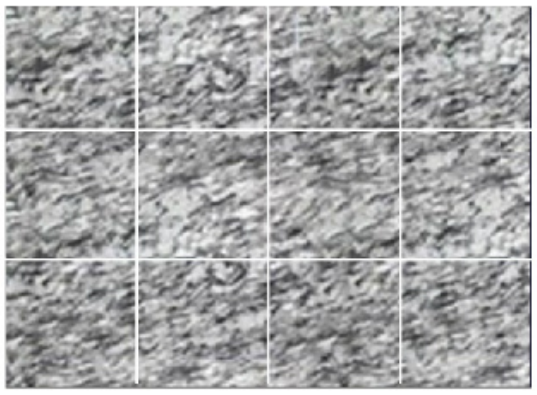
2 **Reduce:** $H = \frac{c^{13}}{c^{11}} + \frac{c^4}{c^2} + \frac{c^{10}}{c^8}$

3 **Simplifica:** $J = \frac{(a^3 \times b^2 \times c^4)^6}{a^{17} \times (b^6)^2 \times (c^6)^4}$

4 Si $A = \frac{(a^2b^3)^{10}}{a^{19} \times b^{30}}$ y $B = \frac{(abc)^{30}}{a^{29} \times b^{30} \times c^{30}}$, **halla** el valor de $E = A + B$.

Radicación

Reducción de términos semejantes



Este piso se ha embaldosado con losetas cuadradas de 1600 cm^2 de área.

Si queremos saber las dimensiones del piso necesitamos saber cuánto mide el lado de la loseta, esto es, qué número multiplicado por sí mismo nos da 1600 o qué número al cuadrado es 1600. La radicación consiste en averiguar dicho número.

VIDEO DE TEORÍA

La radicación es la operación inversa a la potenciación.

Dado un número llamado radicando, consiste en encontrar un número llamado raíz, cuya potencia se igual al radicando.

$\sqrt[n]{A} = k \Leftrightarrow k^n = A$

Índice, Raíz, Radicando

- $\sqrt[3]{8} = 2$ Se lee "Raíz cúbica de 8 es 2". Porque $2^3 = 8$.
- $\sqrt{36} = 6$ Se lee "Raíz cuadrada de 36 es 6". Porque $6^2 = 36$.
- $\sqrt[5]{32} = 2$ Se lee "Raíz quinta de 32 es 2". Porque $2^5 = 32$.

Teoremas de radicación

Los teoremas de radicación son los mismos que de la potenciación, con la particularidad de que, por tratarse de la radicación, los exponentes son fraccionarios.

1. Raíz de una multiplicación

- $\sqrt{ab} = (ab)^{\frac{1}{2}} = (a)^{\frac{1}{2}}(b)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{b}\sqrt{a}$
- $\sqrt[3]{xy} = (xy)^{\frac{1}{3}} = (x)^{\frac{1}{3}}(y)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x}\ \sqrt[3]{y}$

En general: $\sqrt[n]{xy} = \sqrt[n]{x}\ \sqrt[n]{y}$

2. Raíz de una división

- $\sqrt{\frac{x}{y}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{y^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$
- $\sqrt[3]{\frac{x}{y}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{x^{\frac{1}{3}}}{y^{\frac{1}{3}}} = \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{y}}$

En general: $\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$

3. Raíz de raíz

- $\sqrt{\sqrt[4]{x}} = \left(x^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{x}$ (2·4)
- $\sqrt[3]{\sqrt[4]{x}} = \left(x^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{x}$ (3·4)

En general: $\sqrt[n]{\sqrt[m]{A}} = \sqrt[nm]{A}$

Ejemplo 1

El resultado de $\sqrt{25 \cdot 36} + \sqrt{\sqrt{16}}$ es:

Resolviendo:

$\sqrt{25}\sqrt{36} + \sqrt[2\times2]{2^4} = 5 \cdot 6 + \sqrt[4]{2^4}$

$= 30 + 2 = 32$

Ten en cuenta

Exponente fraccionario

Recordemos la cuarta regla de las leyes de exponentes:

$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$

Raíz cuadrada

Cuando el índice de la radicación es 2 se llama raíz cuadrada, aunque no se escribe.

- $\sqrt{16} = 4$
- $\sqrt{81} = 9$

Radicando positivo

$\sqrt{-16} = ??$

Esta operación no se puede realizar porque ningún número al cuadrado da -16.

El cuadrado de ningún número es negativo. El cuadrado de un número siempre es positivo o cero, pero jamás negativo.

Por lo tanto, siempre que el índice sea par, el radicando necesariamente debe ser positivo, en caso contrario no es posible realizar la operación.

$\sqrt[n]{x} = a$ { Si n es par: $x \geq 0$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 2

Calcula:

$A = \sqrt{-32 + 36} + \sqrt[5]{16 \times 2} + \sqrt[17]{-1}$

Resolviendo:

$A = \sqrt{-32 + 36} + \sqrt[5]{16 \times 2} + \sqrt[17]{-1}$

$A = \sqrt{4} + \sqrt[5]{32} + (-1)$

$A = 2 + 2 - 1 = 4 - 1 = 3$

Ejemplo 3

Calcula: $T = \sqrt[6]{x^{30}} \cdot \sqrt[3]{x^{18}} \cdot \sqrt[5]{x^5} \cdot x^{3^2}$

Resolviendo:

$T = \sqrt[6]{x^{30}} \cdot \sqrt[3]{x^{18}} \cdot \sqrt[5]{x^5} \cdot x^{3^2}$

$T = x^{\frac{30}{6}} \cdot x^{\frac{18}{3}} \cdot x^{\frac{5}{5}} \cdot x^9$

$T = x^5 \cdot x^6 \cdot x^1 \cdot x^9$

$T = x^{5+6+1+9} = x^{21}$

Ejemplo 4

Reduce la expresión:

$E = \sqrt{x^6} + 3\sqrt[3]{x^9} - 6\sqrt[4]{x^{12}}$

Resolviendo:

$E = \sqrt{x^6} + 3\sqrt[3]{x^9} - 6\sqrt[4]{x^{12}}$

$E = x^{\frac{6}{2}} + 3x^{\frac{9}{3}} - 6x^{\frac{12}{4}}$

$E = x^3 + 3x^3 - 6x^3 = -2x^3$

Nivel básico

1 **Resuelve:** $M = \sqrt{-18 + 27} + \sqrt[3]{9 \times 3} + \sqrt[19]{-1}$

2 **Resuelve:** $R = \sqrt{27 \times 3} + \sqrt[3]{-24 - 3} + 18^0$

3 **Resuelve:** $S = \sqrt[3]{\sqrt{9} + \sqrt{25}} - \sqrt[3]{-24 - 3} + (-3)^2$

4 **Resuelve:** $S = \sqrt{\sqrt{16} + \sqrt{25}} - \sqrt[3]{-6 - 2} + (-2)^3$

5 **Resuelve:** $M = \sqrt[3]{-50 - 14} - \sqrt[19]{-1} + \sqrt{18 + \sqrt{49}}$

Nivel intermedio

6 **Determina:** $R = \sqrt[13]{9^{13}} + \sqrt[9]{2^{27}} - 1^{32}$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

7 El resultado de $D = \sqrt[50]{5^{100}} + 20^0 - \sqrt[7]{2^{21}}$ es:

8 ¿Cuál es el resultado de

$S = 8^{\frac{1}{3}} - 9^{\frac{1}{2}} + 16^{\frac{1}{4}} + \sqrt{49}$?

9 **Reduce:** $G = 27^{\frac{1}{3}} - 36^{\frac{1}{2}} + 81^{\frac{1}{4}} + \sqrt{100}$

Nivel avanzado

10 **Halla** el resultado de

$R = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} + 16^{\frac{1}{4}} + \sqrt[15]{5^{30}}$ es:

11 **Reduce:** $F = \sqrt[4]{2^{12} \cdot 3^8} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$

12 El resultado de

$H = \sqrt[3]{2^9 \cdot 5^6} + \sqrt[5]{16} \cdot \sqrt[5]{2} - \sqrt[20]{2^{40}}$ es:

Tarea

1 **Reduce** las expresiones:

a) $\sqrt[4]{5^2 - 9} + \sqrt{2^3 + 4^2 + 1^9} - 3^1$

b) $\sqrt[3]{3^2 - 1} + \sqrt{2^3 + 5^2 + 3^1} - 4^1$

2 **Efectúa** las expresiones:

a) $\sqrt{a^8} \cdot \sqrt[13]{a^{13}} \cdot \sqrt[5]{a^{50}} \cdot a^{5^2}$

b) $\sqrt[4]{b^{36}} \cdot \sqrt{a^{12}} \cdot \sqrt{b^4} \cdot \sqrt{a^{10}}$

3 **Halla** el resultado de:

a) $\sqrt[3]{64 \cdot 8} - \sqrt[5]{2^{10}}$

b) $\sqrt[4]{16 \cdot 81} - \sqrt[10]{3^{20}}$

4 **Reduce** las expresiones:

a) $\sqrt{9 \cdot 16} + \sqrt[9]{5^{18}} - 7^1$

b) $\sqrt[3]{27 \cdot 125} - \sqrt{4 \cdot 49}$

Expresión algebraica

Término algebraico

Los cuadros representan las recaudaciones obtenidas durante dos funciones de un teatro. Los niños pagan S/. 4 y los adultos 10 soles.

Sábado	Precio	Asistentes	Ingreso
Niños	4	60	240
Adultos	10	80	800
		Total	1040

Domingo	Precio	Asistentes	Ingreso
Niños	4	90	360
Adultos	10	120	1200
		Total	1560

VIDEO DE TEORÍA

Obsérvese que los precios no varían pero el número de asistentes varía cada día.

Si representamos con a y b los precios y por x e y el número de asistentes, el cuadro resulta así:

	Precio	Asistentes	Ingreso
Niños	a	x	ax
Adultos	b	y	by
		Total	$ax + by$

Las letras x e y representan cantidades que varían en cada situación, por eso se llaman **variables**, mientras que a y b representan cantidades fijas, por lo que se llaman **constantes.**

> Una **expresión algebraica** es una representación de números mediante variables y constantes, donde las variables están relacionadas únicamente con las operaciones de adición, multiplicación, división, potenciación y radicación en un número limitado de veces.

Son expresiones algebraicas: • $-9x^2y + 8yx^2$ • $8yx^2 - 8y + \sqrt[3]{xy}$

No son expresiones algebraicas: • $\text{sen}x + \cos x$ • $\text{Log}xy - \ln y$

Polinomio

> Un **polinomio** es una expresión algebraica donde los exponentes de las variables son números enteros positivos.

Son polinomios: • $-2x^3 + 5x^2y$ • $\sqrt{3}y^2 - \frac{3}{5}xy$

No son polinomios: • $\frac{5x}{3y} - 5x^2y$ • $-8x + 7\sqrt{xy}$

Notación polinomial

Para diferenciar las variables de un polinomio con el polinomio mismo se utiliza una letra mayúscula para nombrar el polinomio y entre paréntesis se indican sus variables.

El término que no contiene variables se denomina término independiente.

$P(x) = ax^2 + bx$

Se lee "P de x"

- Polinomio: P
- Variable: x
- Constantes: a y b

Ten en cuenta

Nombre de los polinomios

De acuerdo al número de sus términos, los polinomios se nombran como sigue:

Polinomio de un término: monomio
- $P(x) = 3x^2$
- $P(x) = -3x^2 + 4x^2$

Polinomio de dos términos: binomio
- $P(x) = 3x^2 + 4x$
- $P(x) = -5x^3 + 4x^2$

Polinomio de tres términos: trinomio
- $P(x) = 3x^2 + 4x + 5$
- $P(x) = -3x^3 + 4x^2 + x$

Polinomios de 4 o más términos:
- Polinomio de 4 términos.
- Polinomio de 5 términos.

Grado de un polinomio

Es una característica exclusiva de los polinomios relacionada con el exponente de sus variables.

Hay dos tipos de grados: **Relativo** y **absoluto**.

Para monomios

El grado relativo es el exponente de cada variable y el grado absoluto es la suma de exponentes.

$P(x, y) = -9x^4y^7$

- Grado relativo respecto a x: $GR(x) = 4$
- Grado relativo respecto a y: $GR(y) = 7$
- Grado absoluto del monomio: $GA(P) = 4 + 7 = 11$

Para polinomios de dos o más términos

El grado relativo respecto a una variable es el mayor exponente que presenta la variable en el polinomio. El grado absoluto, es el grado del término de mayor grado.

$$P(x, y) = \underbrace{-3x^{3}y^{5}}_{GA = 8} + \underbrace{5x^{5}y^{4}}_{GA = 9} - \underbrace{3x^{6}y^{2}}_{GA = 8}$$

(GR_y: 5, 4, 2; GR_x: 3, 5, 6)

- $GR(x) = 6$
- $GR(y) = 5$
- $GA(P) = 9$

Ejemplo 1

El polinomio $P(x, y) = -7x^4y^2 + 2x^4y + 25$:

I. Tiene dos variables.
II. Es de grado 6.
III. El término independientes es 25.

Resolviendo:

I. (V) Las variables son x e y.

II. (V) $\underbrace{-7x^4y^2}_{GA = 6} + \underbrace{2x^4y}_{GA = 5} + \underbrace{25}_{GA = 0} \Rightarrow GA(P) = 6$

III. (V) 25 no contiene variables. ***Rpta.:*** I, II y III

Ejemplo 2

Determina el grado absoluto y el grado relativo, respecto a sus dos variables, de:

$$P(x, y) = 5x^3y^2 - 2x^7y^3 + 4x^5y^6$$

Resolviendo:

$$P(x, y) = \underbrace{5x^3y^2}_{GA = 5} - \underbrace{2x^{7}y^3}_{GA = 10} + \underbrace{4x^5y^{6}}_{GA = 11}$$

- $GA(P) = 11$
- $GR(x) = 7$
- $GR(y) = 6$

Ten en cuenta

Grado y variable

Es necesario enfatizar que el grado está relacionado con la variable del polinomio.

En $P(y) = 3x^5y^4$

No se tiene en cuenta el exponente de x, porque $P(y)$ nos indica que la única variable es y.

Por consiguiente: $P(y) = 3x^5y^4$ es un monomio de grado 4.

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Nivel básico

1 **Formula** dos ejemplos de monomios

2 **Escribe** dos ejemplos de polinomios de segundo grado.

3 **Escribe** dos trinomios de tercer grado, uno de dos variables y otro de una variable.

4 ¿Cuál de los siguientes polinomios es de mayor grado?

a) $P(x, y) = 3xy^2 - 5x^3 - 3y^6$
b) $Q(x) = x^6 - 4x^2 - 3x + 5x^4$
c) $R(x, y) = -5x^3y^2 + 2x^4z^3$

5 **Indica** el número de términos de cada polinomio.

a) $P(x) = 2x^3 - 2x^2 - 3$

b) $Q(x) = x^5 - 6x^2 + 3x + 5x^4$

c) $R(x) = -3x^3 + 3x - 2x^2 - 5x^4 + 8$

Nivel intermedio

6 **Indica** el número de términos de cada polinomio.

a) $P(x) = 2x^2 + 3x - 6$

b) $Q(x) = 2x^2 + x - 5x^3 - 3x^4$

c) $R(x) = -3x^3 + 2x^2 + 4x - x^4$

7 **Indica** el número de variables de cada polinomio:

a) $P(x) = abcx^2$

b) $Q(x, y) = ax + by$

c) $R(x, y, z) = 7xyz$

8 **Nombra** los polinomios de acuerdo al número de sus términos:

a) $P(x) = 6x + 2x^2 - 3x^3$

b) $Q(x) = x^3 + 6x$

c) $R(x) = -2x^3$

9 **Ordena** ascendentemente los polinomios, según sus grados.

a) $P(x, y) = 3xy^2 + x^2y^2 - 3xy$

b) $Q(x, y, z) = 4xyz^2$

c) $R(x) = -2x^4 + 5x^2 + 4x - 3$

10 ¿Cuántos términos de grados distintos puede tener como máximo un polinomio de grado 6?

Nivel avanzado

11 Si el grado de $P(x, y) = 5x^ay^2 + 2x^5y^2 - 5x$ es 8, **calcula** el grado de $Q(x) = 3x^3y^a - 2xy^{a-1}$.

12 **Califica** como verdadero (V) o como falso (F):

a) El grado de un monomio de dos variables no puede ser menos de 2. ( )

b) Un polinomio de dos variables es de grado 2 a lo más. ( )

c) Un polinomio de tercer grado a lo más tiene 3 términos. ( )

13 El siguiente polinomio es homogéneo.

$$P(x, y) = 5x^ay^2 + 2x^5y^b - 5x^{8-a}y^{6+a}$$

Calcula $a + b$.

Tarea

1 **Formula** dos ejemplos de binomios de dos variables, uno de primer grado y otro de segundo grado.

2 **Formula** un ejemplo de un monomio, un binomio y un trinomio, de 3; 2 y 1 variables, respectivamente.

3 **Escribe** dos ejemplos de trinomios de segundo grado, cada uno de dos variables.

4 **Escribe** un ejemplo de un trinomio de 2 variables y de grado 7, tal el grado relativo respecto a una de sus variables sea 5 y respecto a la otra variable, 4.

Reforzando - Unidad 4

1 Una de las siguientes expresiones se reduce a x^2. Indica cuál.

A) $x^4 \cdot x^{-3}$ B) $x^6 \cdot x^{-4}$ C) $x^5 \cdot x^{-2}$ D) $x \cdot x^{-1}$

2 ¿Cuál de las siguientes expresiones es equivalente a x^3?

A) $(x^3)^2 \cdot x^{-3}$ B) $(x^4)^0 \cdot x^2$
C) $(x^2)^3 \cdot x^{-2}$ D) $(x^5)^2 \cdot (x^{-3})^2$

3 Luego de reducir la expresión:

$D = (x^7)^0 \cdot x^{3^3} \cdot x^{-7}$ resulta:

A) x B) x^2 C) x^3 D) x^4

4 Luego de reducir la expresión:

$D = (2^5)^3 \cdot (2^3)^{-4} \cdot 2^{2^1}$ resulta:

A) x^2 B) x^3 C) x^4 D) x^5

5 Dadas las expresiones:

$J = (3^7)^2 \cdot (3^2)^{-6} \cdot 3^{2^1}$ y

$K = (25)2 \cdot (2-3)6 \cdot (32)4$

se comprueba que:

A) $J < K$ B) $J > K$ C) $J = K$ D) $JK = 27$

6 Calcula el resultado de:

$$I = \{[(3^5)^7]^0\}^9 + 3^{1^7}$$

A) 1 B) 3 C) 4 D) 9

7 Al reducir:

$S = [(2^3)^2]^{-1} \cdot 2^{8^1} + 3^{5^0}$, resulta:

A) 1 B) 6 C) 7 D) 9

8 Reduce las siguientes expresiones:

a) $B = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} - (57 - 100)^0$

b) $C = \left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} - (17 \times 72 - 7)^0$

Olimpiadas nacionales e internacionales

c) $R = -4^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} + 1^{15}$

Marca la alternativa que no corresponde a ninguno de los resultados.

A) 1 B) −1 C) 24 D) −24

9 Reduce las siguientes expresiones:

a) $S = \left[\frac{3^2 - 3^3}{36}\right]^{-3}$ b) $M = \left[\frac{6^2 - 8^2}{56}\right]^{-2}$

c) $T = \left[\frac{2^4}{4^2 - 4^3}\right]^{-3}$

Marca la alternativa que no corresponde a ninguno de los resultados.

A) 4 B) −8 C) 24 D) −27

10 Reduce las siguientes expresiones:

a) $A = \sqrt{24 - 5 \times 3}$ b) $B = \sqrt{\sqrt{36} + 2 \times 5}$

c) $C = \sqrt{\sqrt{144} - 4 \times 2}$

Marca la alternativa que no corresponde a ninguno de los resultados.

A) 9 B) 3 C) 2 D) 4

11 Reduce las siguientes expresiones:

a) $A = \sqrt{23 - 3 \times 5 + 1^7}$

b) $B = \sqrt{47 - 2 \times 6 + 1^3}$

c) $C = \sqrt{\sqrt{49} + 4 \times 2 + 2 \times 5}$

Marca la alternativa que no corresponde a ninguno de los resultados.

A) 4 B) 5 C) 3 D) 6

12 Calcula el valor de $T + \sqrt{\sqrt{16}}$, si:

$T = \sqrt{5^2 \times 4 - 8^2}$

A) 6 B) 8 C) 5 D) 7

13 Determina el valor de verdad de las siguientes igualdades:

a) $2x^2 = 4x^2$ ( )

b) $-x^2 = (-x)^2$ ( )

14 ¿Cuáles de las igualdades son correctas?

I. $4^2 = 2^4$ II. $(-6)^0 = -6^0$

III. $(-3^2)^1 = (-3^1)^2$ IV. $-(-4)^2 = 4^2$

15 De estas igualdades, ¿cuáles son correctas?

I. $(2 + 3)^2 = 2^2 + 3^2$

II. $(-2 - 3)^2 = (2 + 3)^2$

III. $(-2 - 3)^3 = -(2 + 3)^3$

16 ¿Cuántas de las siguientes operaciones están correctamente efectuadas?

I. $(3^3)^2 = 2^{3+2}$ II. $(2^3)^2 = 2^{3\times2}$

III. $5^2 + 5^3 = 5^{2+3}$ IV. $3^3 + 2^3 = 5^3$

17 Demuestra que $(xy)^2 = x^2y^2$.

18 Demuestra que $(x^2)^3 = x^{2\times3}$.

19 Demuestra que $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$.

20 Expresa en forma de potencias de un producto de tres factores y calcula el resultado.

a) $40^2 = (2\times4\times5)^2 = 2^2\times4^2\times5^2 = 1600$

b) $24^2 =$ _____

c) $60^2 =$ _____

d) $70^2 =$ _____

e) $36^3 =$ _____

21 Resuelve y deja indicado el exponente:

a) $[(3^2)^2]^3 =$ _____ b) $\{[(10^3)^4]^5\}^2 =$ _____

c) $[(5^2)^3]^4 =$ _____ d) $\{[(6^5)^2]^3\}^0 =$ _____

e) $\{[(7^6)^8]^2\}^3 =$ _____ f) $\{[(a^2)^5]^3\}^4 =$ _____

22 Simplifica:

a) $[(3^2)^4]^0 + (3^8)^0 + [(3^5)^{20}]^0$

b) $[(x^2)^3]^2 + (x^6)^2 + (x^3)^4$

c) $[(a^3)^3]^4 + [(a^2)^2]^9 + (a^{12})^3$

d) $([x^0]^3)^5 + [(a^0)^5]^8 + [(b^0)^9]^7$

23 Simplifica las expresiones:

a) $(x^2)^5\cdot x^{3^2}$ b) $(x^7)^2\cdot x^{5^2}$ c) $(9^4)^0\cdot a^{3^0}$

24 Efectúa las siguientes operaciones:

a) $M = \frac{x^7\cdot x\cdot x^4}{x^5\cdot x^3}$ b) $R = \frac{3^9\cdot3^{-3}\cdot3^4}{3^8}$

25 Reduce las siguientes expresiones:

a) $A = \frac{a^{12}\cdot b^7\cdot a^{-3}\cdot b^4}{a^7\cdot b^3}$ b) $T = \frac{(x^3)^7\cdot x^{2^3}}{x^4\cdot x}$

26 Reduce las expresiones:

a) $S = \frac{(2a^3b^5)^4}{a^2b^7}$

b) $B = 15^0 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \frac{18^3}{9^3} - 5^1$

27 Efectúa las siguientes operaciones:

$A = 5\sqrt{16} - 3\sqrt[5]{-32} - \sqrt[15]{-1}$

$B = 3\sqrt[3]{-8} - \sqrt[21]{-17 + 16} - (-3)^3$

28 Calcula M + N, donde:

$M = \sqrt{3^2 - 5} + \sqrt{\sqrt[3]{64} + \sqrt{25}}$ y

$N = \sqrt{4\times9} - \sqrt[3]{-6 - 2}$

29 Calcula R×S, si:

$R = \sqrt[3]{2^{12}} + \sqrt{5^4} - \sqrt[50]{3^{100}}$ y

$S = 36^{\frac{1}{2}} + 64^{\frac{1}{3}} - 81^{\frac{1}{4}}$

30 Luego de reducir la expresión:

$T = \sqrt[15]{x^{10}\cdot x^3\cdot x^{17}}\cdot x^5\cdot x^3$, resulta:

Autoevaluación

1 Demuestra las siguientes igualdades:

a) $(-2)^3 = -2^3$ b) $(-2)^4 = 2^4$

2 Argumenta la igualdad de las siguientes expresiones:

a) $(ab)^3 = a^3b^3$ b) $(x^2)^4 = (x^4)^2$

3 Reduce las siguientes expresiones:

a) $\dfrac{x^{10}\cdot x^2}{x^3\cdot x^2} + \dfrac{x^{10}\cdot x}{x^3\cdot x}$

b) $\dfrac{(x^4\cdot x^6\cdot x^5)\div(x^3\cdot x^7\cdot x\cdot x^4)}{(y^6\cdot y^3)\div(y\cdot y^2\cdot y\cdot y^5)}$

4 Efectúa las siguientes operaciones:

a) $\sqrt{25\times16}$ b) $\sqrt{36\times25}$

c) $\sqrt{49\times16}$ d) $\sqrt{81\times49}$

5 Efectúa las siguientes operaciones:

a) $\sqrt{9\div36}$ b) $\sqrt{49\div64}$

c) $\sqrt{\dfrac{144}{25}}$ d) $\sqrt{\dfrac{27}{125}}$

6 En cada caso, indica el valor de a:

a) $\dfrac{x^8\cdot x^9\cdot \sqrt[3]{x}^{15}}{\sqrt[7]{x^{21}}\cdot\sqrt{x^4}} = x^a$

b) $\dfrac{\sqrt{x^5\cdot x^6\cdot x}\cdot(x^2)^3}{\sqrt{x^8\cdot x^6}} = x^{a-3}$

Operaciones combinadas

Valor numérico

En su tienda, Elisa ha determinado la fórmula $P(x) = 20x - 60$ para calcular la utilidad del día, donde x es el número de artículos vendidos.

VIDEO DE TEORÍA

- Si no vende nada: $x = 0$ y $P(0) = 20 \cdot 0 - 60 = -60$, o sea, pierde en el día 60 soles.
- Si vende 3 artículos: $x = 3$ y $P(3) = 20 \cdot 3 - 60 = 0$, o sea, no gana ni pierde.
- Si vende 10 artículos: $x = 10$ y $P(10) = 20 \cdot 10 - 60 = 140$, o sea, gana 140 soles.

Podemos concluir que para cada valor que asignamos a la variable x, el polinomio toma un determinado valor.

El valor numérico de una expresión algebraica, en particular de un polinomio, es el valor que se obtiene al reemplazar la(s) variable(s) por un determinado valor particular.

Sea $P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$:

- Para $x = 2$: $P(2) = 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - 4 = \cancel{8} - \cancel{8} + 6 - 4 = 2$
- Para $x = 3$: $P(3) = 3^3 - 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3 - 4 = 27 - 18 + 9 - 4 = 14$
- Para $x = -1$: $P(1) = (-1)^3 - 2(-1)^2 + 3(-1) - 4 = -1 - 2 - 3 - 4 = -10$

Ejemplo 1

Dado $P(x) = 2x^2 + 5x - 2$, **calcula:**

a) $P(0)$ b) $P(1)$ c) $P(3)$

Resolviendo:

a) $P(0) = \underbrace{2 \cdot 0^2}_{0} + \underbrace{5 \cdot 0}_{0} - 2 = -2$

b) $P(1) = \underbrace{2 \cdot 1^2}_{2} + \underbrace{5 \cdot 1}_{5} - 2 = 5$

c) $P(3) = \underbrace{2 \cdot 3^2}_{18} + \underbrace{5 \cdot 3}_{15} - 2 = 31$

Ejemplo 2

Dado $P(x) = x^2 + 3x - 4$, **calcula:**

a) $P(P(0))$ b) $P(P(1))$

Resolviendo:

a) $P(0) = 0^2 + 3 \cdot 0 - 4 = -4$

$P(P(0)) = P(-4)$

$= (-4)^2 + 3(-4) - 4$

$= 16 - 12 - 4 = 0$

b) $P(1) = 1^2 + 3 \cdot 1 - 4 = 0$

$P(P(1)) = P(0) = -4$

Ten en cuenta

Suma de coeficientes

Sea:

$P(x) = 3x^3 - 5x^2 + 8x - 4$

Para $x = 1$ resulta:

$P(1) = 3 \cdot 1^3 - 5 \cdot 1^2 + 7 \cdot 1 - 4$

$P(1) = \underbrace{3 - 5 + 8 - 4}_{\text{Suma de coeficientes}} = 2$

Se observa que:

$P(1)$ = suma de coeficientes

Término independiente

En $P(x) = 3x^3 - 5x^2 + 8x - 4$

Para $x = 0$ resulta:

$P(1) = 3 \cdot 0^3 - 5 \cdot 0^2 + 7 \cdot 0 - 4$

$P(1) = 0 - 0 + 0 - 4 = -4$

Se observa que:

$P(0)$ = Término independiente

Ejemplo 3

Determina la suma de los coeficientes y el término independiente de: $P(x) = (x - 2)^3 (x + 2)^2 (x + 1)$.

Resolviendo:

- Suma de coeficientes $P(1)$: $P(1) = (1 - 2)^3 (1 + 2)^2 (1 + 1) = (-1)^3 (3)^2 (2) = -(9)(2) = -18$
- Término independiente $P(0)$: $P(0) = (0 - 2)^3 (0 + 2)^2 (0 + 1) = (-2)^3 (2)^2 (1) = (-8)(4) = -32$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 4

Calcula P(2) en:

$$P(x) = \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 + 2x - 4}$$

Resolviendo:

$$P(2) = \frac{2(2)^2 + 3(2) - 2}{2^2 + 2(2) - 4}$$

$$= \frac{8 + 6 - 2}{4 + 4 - 4} = \frac{12}{4} = 3$$

Ejemplo 5

Dado P(x, y) = 2x + 3y − xy, **escribe** en los recuadros el signo <, > o =, según corresponda:

a) P(2; 3) ☐ P(3; 2) b) P(−2; 3) ☐ P(2; −3)

Resolviendo:

a) P(2; 3) = 2·2 + 3·3 − 2·3 = 4 + 9 − 6 = 7

P(3; 2) = 2·3 + 3·2 − 3·2 = 6 + 6 − 6 = 6

∴ P(2; 3) > P(3; 2)

b) P(−2; 3) = 2(−2) + 3·3 − (−2)·3 = −4 + 9 + 6 = 11

P(2; −3) = 2·2 + 3·(−3) − 2(−3) = 4 − 9 + 6 = 1

∴ P(−2; 3) > P(2; −3)

Nivel básico

1 Dado P(x) = 3x + 5, **calcula** P(2) + P(−3).

2 Dado P(x, y) = 2x + 3y, el valor de P(3; 2) es:

3 Dado P(y) = 5y − 4, **calcula** P(P(2)):

4 Dado P(x) = 3x − 7, ¿cuál de los siguientes resultados es más cercano a cero?

a) P(−2) b) P(0) c) P(2)

5 Dado P(x) = x^2 − 2x + 3, **relaciona** con su equivalente:

a) P(2)	1. 6
b) P(3)	2. 3
c) P(4)	3. 11

Nivel intermedio

6 Dado P(x) = $3x^2$ + 2x − 5, **calcula** P(0) + P(−1) .

7 Dado P(x) = $-x^2$ + 2x − 5, ¿cuál de las siguientes relaciones es correcta?

A) P(1) < P(0) B) P(2) > P(1) C) P(−1) < P(1)

8 Dado P(x) = x^2 es correcto:

I. P(−2) = P(2) II. P(−2) = −P(2)

III. P(2) = −P(−2)

9 **Determina** el valor de a en $P(x) = x^2 - ax + 1$, para que $P(2) = 1$.

10 En $P(x) = ax^2 - 2x + 3$, **determina** $P(a)$ si $P(2) = 11$.

12 **Calcula** $P(3)$ si $P(x) = \dfrac{x^2 + 3x - 2}{x^2 + 2x - 7}$.

13 Dado $P(x) = x^3$ es correcto:

I. $P(-2) = P(2)$ II. $P(-2) = -P(2)$

III. $P(2) = -P(-2)$

Nivel avanzado

11 **Formula** un ejemplo de un polinomio P donde $P(2) = P(-2)$.

14 **Determina** la suma de los coeficientes y el término independiente de:

$$P(x) = (x - 2)^3 (x - 3)^2 (x + 1)$$

Tarea

1 Dado $P(x) = x^2 + 2x - 4$, **determina** $P(-2) + P(2)$.

2 Dado $P(x) = 3x + 2$, **determina** $P((1)) + P((-2))$.

3 **Formula** un ejemplo de un polinomio P de segundo grado tal que $P(3) = 1$.

4 **Determina** la suma de coeficientes y el término independiente de:

$P(x) = (x + 1)^3 (x + 2)^2 (x + 3)$.

Multiplicación algebraica
Monomios

Leyes de exponentes

Alonso fabrica tazas y tiene que enviar un pedido de z cajas. Cada taza cuesta x soles y para el envío ha empaquetado y tazas en cada caja.

VIDEO DE TEORÍA

¿Cuál es el importe del pedido?

Para responder, debemos multiplicar el número de tazas por el precio de cada una. Como hay y tazas en cada caja y hay z cajas, el número de tazas es yz, y el importe del pedido es: yzx

La **multiplicación de monomios** se rige por la regla del exponente natural y las propiedades **conmutativa** y **asociativa** de la multiplicación.

Los factores de la multiplicación $2\times3\times5 = 30$ podemos ordenarlos de todas las formas posibles pero el resultado no va a cambiar:

- $2\times3\times5 = 30$
- $2\times5\times3 = 30$
- $3\times2\times5 = 30$
- $3\times5\times2 = 30$
- $5\times2\times3 = 30$
- $5\times3\times2 = 30$

Igualmente, los factores de la multiplicación xyz los podemos ordenar de 6 formas distintas.

Ahora realicemos las siguientes multiplicaciones:

- Multipliquemos x^2y por xy^3: $x^2y\cdot xy^3 = \underbrace{x^2}\underbrace{x}\underbrace{yy^3} = x^3y^4$
- Multipliquemos $2x^3y$ por $3x^2$: $2x^3y\cdot3x^2 = \underbrace{2\cdot3}\underbrace{x^3}\underbrace{x^2}y = 6x^5y$
- Multipliquemos $-2ab$ por $5b^2$: $-2ab\cdot5b^2 = \underbrace{-2\cdot5}\underbrace{a}\underbrace{bb^2} = -10ab^3$

Ten en cuenta

Propiedades de la multiplicación

Propiedad conmutativa

Dos factores los podemos multiplicar en cualquier orden, el producto siempre es el mismo:

- $5\times7 = 7\times5 = 35$
- $xy = yx$
- $xyz = xzy = zxy = zyx$

Propiedad asociativa

Los factores de una multiplicación los podemos asociar en cualquier orden y el resultado no varía.

Para multiplicar $2\times17\times50$, es conveniente asociar 4 con 25, luego multiplicar por 17:

$$\underbrace{2\times50}_{100}\times17 = 1700$$

Ejemplo 1

Simplifica:

$K = (2x^3)(3x^2) + 4x(2x^4)$

Resolviendo:

$K = (2x^3)(3x^2) + 4x(2x^4)$

$K = (2\times3)x^{3+2} + (4\times2)x^{1+4}$

$K = 6x^5 + 8x^5$

$K = 14x^5$

Ejemplo 2

Efectúa: $(3x^2)(x^4)(4x^3)$

Resolviendo:

$(3x^2)(x^4)(4x^3) = 3\cdot4\cdot x^2x^4x^3 = 12x^9$

Ejemplo 3

Al efectuar $(4a^2b^3)(2a^3b^4)$, resulta un monomio de la forma xa^yb^z. **Halla** el valor de $N = x + y - z$.

Resolviendo:

$(4a^2b^3)(2a^3b^4) = (4\times2)a^{2+3}b^{3+4} = 8a^5b^7 \Rightarrow 8a^5b^7 = xa^yb^z$

$\Rightarrow x = 8;\ y = 5;\ z = 7 \qquad \therefore N = x + y - z = 8 + 5 - 7 = 6$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 4

En la operación, el exponente final de a es 13.

Halla el valor de $W = \dfrac{\overbrace{a^3 \times a^3 \times a^3 \times \ldots \times a^3}^{x \text{ veces}}}{a^5}$

Resolviendo:

- $W = \dfrac{(a^3)^x}{a^5} = \dfrac{a^{3x}}{a^5}$

  $\Rightarrow W = a^{3x-5}$

- $3x - 5 = 13$

  $3x = 18$

  $\Rightarrow x = 6$

Nivel básico

1 **Simplifica:** $A = (3a^2)(2a^3) + (5a^3)(2a^2)$.

2 **Reduce:** $M = (3b)(2b) + 2(4b^2) - (5b)(2b)$.

3 **Simplifica:** $F = 5(2x) - 3(3x) + 8(2x) - 2(3x)$.

4 Luego de multiplicar $(3a^2b^2)(2a^3b^4)$, resulta un monomio de la forma xa^yb^z. **Determina** el valor de: $L = x + y - z$.

5 Al reducir $(x^3)(y^4)(x^2)(y^5)$, resulta un monomio de la forma $x^{a+1}y^{b-1}$. **Halla** el valor de $R = ab + 1$.

Nivel intermedio

6 Al reducir $(a^4)(a^3)(a^5)(a)$, resulta un monomio de la forma a^{2x+3}. **Determina** el valor de x.

7 Al reducir $(5a^2b^4)(3a^2b^3)$, resulta un monomio de la forma xa^yb^z. **Determina** el valor de $G = x - y - z$.

8 Al multiplicar $(x^3y^2)(xy^5)$, resulta un monomio de la forma $x^{a+1}y^{b-2}$. **Halla** el valor de $Q = a + b$.

9 **Simplifica:** $K = \dfrac{(a^3)^8 \times (a^4)^5}{a^{43}}$.

10 **Reduce:** $R = (2a)(3a) + 2[6a^2 - (2a)(2a)]$

11 **Efectúa** las siguientes operaciones:

a) $2y(-3x^2)$ b) $-5x(-4xy^2)$ c) $5x(-8yx^2)$

Nivel avanzado

12 **Relaciona** con su equivalente:

a) $2x(3x^3)$	1. $3x(-2x^3)$
b) $6(x^5)$	2. $6x(x^4)$
c) $3x^2(-2x^2)$	3. $-3x(-2x^3)$

13 **Relaciona con** su equivalente:

a) $2x(4xy^3)$	1. $-4xy^3(-2x^2)$
b) $8y^2(x^3y)$	2. $8xy(xy^2)$
c) $xy^2(-8yx)$	3. $8(yx)^2(-y)$

14 **Reduce** la expresión: $\dfrac{5x^2(2y^2) + (-2x)(3xy^2)}{3y(-3xy) - 4x(-2y^2)}$

Tarea

1 **Simplifica:**

$$M = (3ab)(2ab) + (5ab)(5ab) - 8a^2b^2$$

2 **Reduce:**

$$H = (8x^2)(x^5) - (3x^3)(2x^4) + (2x)(3x^6)$$

3 Al reducir $(2a^2b^4)(4a^2b^3)$, resulta un monomio de la forma xa^yb^z. **Halla** el valor de $K = x + y - z$.

4 Al reducir $x(2x)(3x)(4x)$, resulta un monomio de la forma ax^b. **Determina** el valor de la expresión: $J = \sqrt{3 + \dfrac{a}{b}} + \sqrt{a+1} + \sqrt{b}$

Multiplicación algebraica
Polinomios

Multiplicación de monomios

A una función de teatro asistieron y hombres y z mujeres, todos adultos. El boleto de adulto cuesta x soles. ¿Cómo calculamos la recaudación del día?

Una forma es calcular por separado la recaudación por los hombres (xy) y la recaudación por las mujeres (xz) luego sumar los dos resultado: $xy + xz$.

VIDEO DE TEORÍA

Una segunda forma es sumar el total de asistentes ($y + z$) luego multiplicar por el precio del boleto: $x(y + z)$.

Por cualquiera de las formas el resultado debe ser el mismo, de modo que: $x(y + z) = xy + xz$

Obsérvese que x se distribuye multiplicando a los dos términos del segundo factor, por eso esta propiedad se llama distributiva y es la única manera en que se puede multiplicar un monomio por un polinomio de dos o más términos.

Para multiplicar un monomio por un polinomio de varios términos se aplica la propiedad distributiva de la multiplicación.

Veamos algunos ejemplos:

- $5(x^2 + x) = 5 \cdot x^2 + 5 \cdot x = 5x^3 + 5x^2$
- $x(5x^2 - 2x) = x \cdot 5x^2 - x \cdot 2x = 5x^3 - 2x^2$
- $-2x(5xy^2 - 6xy + 3y) = -2x \cdot 5xy^2 + 2x \cdot 6xy - 2x \cdot 3y$
  $= -10x^2y^2 + 12x^2y - 6xy$

Ejemplo 1

Efectúa: $3(x + 2) + 5(2x - 6)$

Resolviendo:

$3(x + 2) + 5(2x - 6)$

$= 3x + 3 \cdot 2 + 5 \cdot 2x - 5 \cdot 6$

$= 3x + 6 + 10x - 30$

$= 13x - 24$

Ejemplo 2

Efectúa: $x(x - 2) - 2x(3x - 1) + 3x(1 - x)$

Resolviendo:

$x(x - 2) - 2x(3x - 1) + 3x(1 - x)$

$= x^2 - 2x - 2x \cdot 3x + 2x \cdot 1 + 3x - 3x \cdot x$

$= x^2 - 2x - 6x^2 + 2x + 3x - 3x^2$

$= -8x^2 + 3x$

Ejemplo 3

Simplifica: $A = (2x^2)(3x^2 + 1) + 3x^2(x^2 + 2)$

Resolviendo:

$A = 2x^2 \cdot 3x^2 + 2x^2 \cdot 1 + 3x^2 \cdot x^2 + 3x^2 \cdot 2$

$A = 6x^4 + 2x^2 + 3x^4 + 6x^2 \Rightarrow A = 9x^4 + 8x^2$

Ejemplo 4

Efectúa: $(x + 2)(x + 3)$

Resolviendo:

$(x + 2)(x + 3) = x(x + 3) + 2(x + 3)$

$= x^2 + 3x + 2x + 6 = x^2 + 5x + 6$

Ten en cuenta

Propiedades de la multiplicación

Propiedad distributiva

Con términos numéricos:

- $3(4 + 5) = 3(9) = 27$

Con términos algebraicos:

- $a(x + y) = ?$

Como no se pueden juntar $(x + y)$, entonces aplicamos la propiedad distributiva:

- $a(x + y) = ax + ay$

Multiplicación de binomios

$(a + b)(x + y) = a(x + y) + b(x + y)$

$= ax + ay + bx + by$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Nivel básico

1 **Efectúa:** $5(x - 1) + 3(4x - 2)$.

2 **Reduce:** $7(2x - 3) - 2(x - 4) + 3(x - 1)$.

3 **Reduce:** $x(x + 1) + 2x(x - 1) - x(2x - 3)$.

4 ¿Cuál de las siguientes expresiones resulta igual a $3x^2 - 3x$?

a) $x(x - 1) + 2x(x - 1)$
b) $x(x + 1) - 2x(x + 1)$
c) $x(x - 1) + 2x(1 - x)$

5 Al multiplicar $(x + 2)(x + 1)$, resulta:

Nivel intermedio

6 **Simplifica:** $P = (4a^2)(2a^3 + 1) + 5a^2(3a^3 + 2)$

7 **Reduce:** $Q = (3b)(2b + 4) + 2(4b^2 + 5b)$.

8 **Simplifica:**

$R = 5(2x + 4) + 3(3x + 2) + 2(3x - 13)$.

GENIO MATIC

9 **Reduce:** $R = 2a(a + 3) + 6(a^2 - a) - 4a(a)$.

10 $x^2 - 4x + 3$ es el producto de:

a) $(x + 1)(x - 3)$ b) $(x - 1)(x + 3)$

c) $(x - 1)(x - 3)$

12 **Reduce** la expresión:

$P(x) = (x - 3)(x - 1) - x(x - 4)$

13 **Reduce** la expresión:

$P(x) = (x - 3)(x + 1) - x + x(x - 2)$

Nivel avanzado

11 $x^2 + x - 6$ es el producto de:

a) $(x + 2)(x - 3)$ b) $(x - 2)(x + 3)$

c) $(x - 2)(x - 3)$

14 **Reduce** la expresión:

$P(x) = -3(x + y) - (x - y)(x + 3) + x^2$

Tarea

1 **Efectúa** las siguientes operaciones:

a) $2(x - 3) + 6(x - 1)$

b) $3(x - 2) - 4(2 - x)$

2 **Efectúa** las siguientes operaciones:

a) $x(x - 2) + x(x + 2)$

b) $4x(x - 1) - x(2x - 3) - 2x(2 - 3x)$

3 **Efectúa** las siguientes operaciones:

a) $2x(x - 1) + 3x(-x + 2)$

b) $2x(x - 1) - x(2x - 3) - 3x(1 - x)$

4 $x^2 - 6x + 8$ es el producto de:

a) $(x + 4)(x - 2)$ b) $(x - 4)(x + 2)$

c) $(x - 4)(x - 2)$

Reforzando - Unidad 5

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Si $P(x) = 3x + 2$, identifica la expresión incorrecta:

A) $P(3) = 11$ B) $P(-3) = -11$
C) $P(4) = 14$ D) $P(-4) = -10$

2 Si $P(x) = -2x + 5$, identifica la expresión incorrecta:

A) $P(2) = 1$ B) $P(-3) = 11$
C) $P(-4) = 13$ D) $P(4) = -5$

3 Si $P(x, y) = 3x + 2y$, se puede afirmar que:

A) $P(2; 3) = P(3; 2)$ B) $P(1; 3) > P(3; 1)$
C) $P(2; 3) > P(3; 2)$ D) $P(3; -4) = 1$

4 Dado $P(x) = 3x + 5$, calcula $P(4) + P(-3)$.

A) 2 B) 3 C) -3 D) -2

5 Sea $P(x) = ax - 9$. Si $P(5) = 6$, calcula $P(3)$.

A) 0 B) 3 C) -3 D) 2

6 Sea $P(x) = 3x - n$. Si $P(4) = 6$, calcula $P(3)$.

A) 6 B) 9 C) 10 D) 12

7 Dado $P(x, y) = 4x - 3y$, el valor de $P(4; 3)$ es:

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8

8 El costo en soles de las pelotas de fútbol está dado por $P(n) = 35n + 6$, donde n representa el número de pelotas. Entonces:

I. Seis pelotas cuestan S/. 216.
II. Ocho pelotas cuestan S/. 286.
III. Cuatro pelotas cuestan el doble que dos pelotas.

A) Solo I B) Solo II
C) I y II D) I, II y III

9 Dado $P(x) = 4x - 9$, ¿cuál de los siguientes resultados es más cercano a cero?

A) $P(-1)$ B) $P(0)$ C) $P(1)$ D) $P(2)$

10 El costo de pizzas por delívery está dado por $P(n; k) = 23n + 5k$, donde:

n = Número de pizzas

k = Distancia en kilómetros del punto de salida al lugar del pedido.

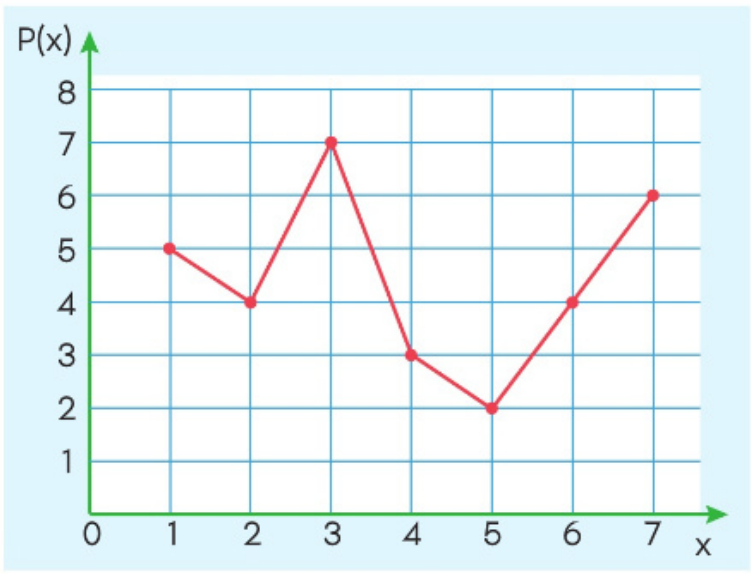
Manuel hace un pedido de dos pizzas por delívery en un lugar que está a 3 kilómetros de su casa. ¿Cuánto debe pagar?

A) S/. 59 B) S/. 61
C) S/. 65 D) S/. 70

11 Un reservorio contiene 120 litros de agua. Se abre un caño que expulsa agua según la expresión $L(t) = 8t$, donde L está dado en litros y t es el tiempo en minutos. ¿Cuántos litros de agua quedan en el reservorio al cabo de una hora?

A) 300 litros B) 600 litros
C) 640 litros D) 720 litros

12



Según el gráfico, determina:

$P(1) + P(2) + P(3) - P(6) + P(7)$

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19

13 Dado $P(x, y) = 3x + 2y - xy$, escribe en los recuadros el signo <, > o =, según corresponda:

a) $P(2; 3)$ ☐ $P(3; 2)$
b) $P(-2; 3)$ ☐ $P(2; -3)$
b) $P(4; 3)$ ☐ $P(3; 4)$

A) <,<,> B) <, =, > C) >, =, > D) <, <, <

14 Dado $P(x) = 4(2x + 3)$, determina:
$P(3) + P(-4) + P(1)$.

15 Si $P(x) = x(x + 2)$, calcula $2P(3) - 3P(1)$.

16 Efectúa las siguientes operaciones:

a) $8(x^2 + 5x - 10)$
b) $4x^2(5x^3 - 6x^4 + 3x^5)$
c) $9(x^3 + 3x^2 - 4x)$
d) $5x^2(3x^2 - 8x^3 - 10x^4)$

17 Reduce las siguientes expresiones:

a) $P(x) = 3x(2 + 4x) + (5x + 2)2x$
b) $Q(x) = 6(3x^2 + 2) + 8(5x^2 - 1)$
c) $R(x) = 4x^2(5 + 3x) + 6x^2(6 + 8x)$
d) $S(x) = 5x^3(x^2 + 7) + 7x^3(x^2 - 4)$

18 Determina la suma de los coeficientes y el término independiente de:

$P(x) = (2 - x)^3 (x + 2)^2 (x + 1)$

19 Un repartidor de paquetes recorre cada día x km por la mañana e y km por la tarde. ¿Cuántos kilómetros recorre durante d días?

20 Para las fiestas de un pueblo, se compraron x cajas con n cohetes cada una. Al abrir las cajas, m cohetes estaban defectuosos. ¿Cuántos cohetes se pudieron utilizar?

21 Para el desfile de carnaval, se repartieron en partes iguales, bolsas de confeti entre las x clases de Primaria. ¿Cuántas bolsas de confeti se repartió, si cada clase recibió y bolsas de confeti?

22 Hay que cargar todos los paquetes en partes iguales en x camiones. ¿De cuántos paquetes se trata, si en cada camión entran $(a + b)$ paquetes?

23 El profesor de dibujo reparte en partes iguales pinceles a x clases del colegio. ¿Cuántos pinceles repartió si cada clase recibió $(m + n)$ pinceles?

24 La tía Aurelia ha comprado plantones de ciprés para plantar en su huerta. ¿Cuántos plantones compró, si plantó x árboles en $(y + z)$ filas?

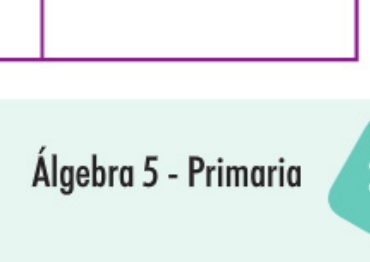
25 Una cuadrilla de x operarios ha descargado, de un camión, $(p + q)$ radiadores cada uno. ¿Cuántos radiadores ha descargado en total?

26 El álbum de Carola tiene p paginas y en cada página ha pegado $(s + t)$ fotografías. ¿Cuántas fotografías contiene el álbum?

28 Determina el valor de a en $P(x) = x^2 - ax + 1$, para que $P(2) = 1$.

29 En $P(x) = ax^2 - 2x + 3$, determina $P(a)$ si $P(2) = 11$.

30 En una urbanización, los terrenos están lotizados en lotes rectangulares, tal como muestra la figura.



El precio por metro cuadrado está dado por la expresión $P(x; y) = 8x + 5y$, x e y en metros. El vendedor ha recibido cotizaciones por lotes con distintas dimensiones, las mismas que fueron ordenadas en la siguiente tabla. Complétala:

x	y	Precio/m^2	Costo del lote
6	12	S/. 108	S/. 7 776
8	10		
6	15		
10	20		
12	20		

Autoevaluación

1 Efectúa las siguientes operaciones:

a) $3(x^2 + 2x - 5) - 2(x^2 + 3x - 6)$

b) $x^2 (3x^3 - 2x^4 + 5x^5)$

c) $x(x^3 + 4x^2 - 3x) + 2x(x^3 - 5x^2 - 2x)$

d) $3x^2 (4x^2 - 2x^3 - 12x^4)$

2 Dado $P(x) = x^2 - 2x + 5$, calcula y ordena en forma ascendente los resultados de:

a) P(0) b) P(–2) c) P(3) d) P(–3)

3 El perímetro de un polígono regular depende del número de lados y la longitud de cada lado, según la relación $P(n, l) = nl$, donde P es el perímetro, n el número de lados y l, la longitud de un lado. Completa el cuadro.

n	l(cm)	P(n, l) (cm)
3	12	36
4	15	
6	10	
8	8	
12	20	

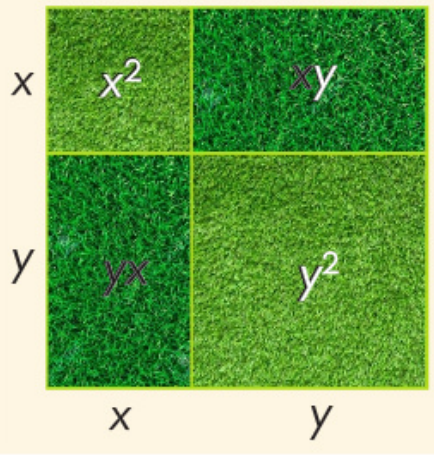
4 Mateo y su hermano ponen cada uno x libros en sus propias repisas. Mateo tiene a repisas y su hermano tiene b repisas. ¿Cuántos libros hay en total?

5 Victoria tiene v sacos de peras y María tiene m sacos. Si en cada saco hay p peras, ¿cuántas peras tienen en total?

6 Ana tiene una caja de cromos que reparte entre sus $(a + b)$ compañeros de clase. Si cada compañero recibe x cromos, ¿cuántos cromos contenía la caja?

Multiplicación de binomios

Productos notables



Hay dos maneras de calcular el área del cuadrado.

Una es, calculando el área de cada pieza, luego sumando las cuatro áreas:

$$x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

La otra es considerando el cuadrado como si fuera de una sola pieza. En tal caso el lado del cuadrado es $(x + y)$ y el área: $(x + y)^2$.

VIDEO DE TEORÍA

Como representan el área del mismo cuadrado, los resultados son iguales: $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ Cuadrado de un binomio

Otro modo de llegar a lo mismo es multiplicando:

$$\left.\begin{aligned}(x + y)^2 &= (x + y)(x + y)\\ &= x^2 + xy + yx + y^2\end{aligned}\right\} (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

Ahora obtengamos el producto de $(x + y)(x - y)$:

$(x + y)(x - y) = x^2 - xy + yx - y^2 \Rightarrow (x + y)(x - y) = x^2 - y^2$ Suma por su diferencia

Los **productos notables** son multiplicaciones cuyo producto se puede obtener, debido a su forma particular, en forma directa, sin necesidad de efectuarlas.

Cuadrado de un binomio

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$(x - y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

- $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$
- $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$
- $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$
- $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$
- $(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

Suma por su diferencia

$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$

- $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$
- $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$
- $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$
- $(x + 4)(x - 4) = x^2 - 16$
- $(2x + 3)(2x - 3) = 4x^2 - 9$

Ten en cuenta

Potencia de un producto y potencia de una suma

No son iguales los modos de operar $(xy)^2$ y $(x + y)^2$.

Ambas operaciones se rigen por la regla del exponente natural, en la que el exponente indica a la base las veces que se debe multiplicar por sí misma.

En el caso $(xy)^2$, la base es xy, tal que:

$$(xy)^2 = xy \cdot xy = x^2y^2$$

En el caso $(x + y)^2$, la base es $x + y$, tal que:

$(x + y)^2 = (x + y)(x + y)$

Ejemplo 1

Desarrolla y reduce:

$(x + 3)^2 + (x + 3)(x - 3)$

Resolviendo:

$= x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2 + x^2 - 3^2$

$= x^2 + 6x + x^2 = 2x^2 + 6x$

Ejemplo 2

Reduce la expresión: $(2x + y)^2 + (x - 2y)^2$

Resolviendo:

$= (2x)^2 + 2 \cdot 2xy + y^2 + x^2 - 2x \cdot 2y + (2y)^2$

$= 4x^2 + y^2 + x^2 + 4y^2 = 5x^2 + 5y^2$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 3

¿Cuál es el resultado de reducir $(x + 2)(x - 2) - (x + 2)^2 + (x - 2)^2$?

Resolviendo:

$= x^2 - 2^2 - (x^2 + 2 \cdot 2x + 2^2) + x^2 - 2 \cdot 2x + 2^2$

$= \cancel{x^2} - \cancel{4} - \cancel{x^2} - 4x - \cancel{4} + x^2 - 4x + 4$

$= x^2 - 8x - 4$

Ejemplo 4

Reduce: $E = \sqrt[8]{(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) + 1}$

Resolviendo:

$E = \sqrt[8]{(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) + 1}$

$E = \sqrt[8]{(x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) + 1}$

$E = \sqrt[8]{(x^4 - 1)(x^4 + 1) + 1} = \sqrt[8]{x^8 - \cancel{1} + \cancel{1}} = \sqrt[\cancel{8}]{x^{\cancel{8}}} = x$

Nivel básico

1 **Desarrolla** las siguientes multiplicaciones:

a) $(x + 3)^2$ b) $(x - 3)^2$ c) $(x + 3)(x - 3)$

2 **Desarrolla** las siguientes multiplicaciones:

a) $(x + 2)^2$ b) $(x^2 - 4)^2$ c) $(x + 5)(x - 5)$

3 **Desarrolla** las siguientes multiplicaciones:

a) $(2x + 1)^2$ b) $(2x^2 - 1)^2$ c) $(2x + 1)(2x - 1)$

4 Efectúa las siguientes operaciones y reduce:

a) $(2x + 2)^2 + (2x - 1)^2$ b) $(2x + 2)^2 - (2x - 1)^2$

5 **Desarrolla:** $(2x + 1)^2 - (2x + 1)(2x - 1)$.

Nivel intermedio

6 ¿Cuáles de las igualdades son correctas?

a) $(x - y)^2 = (y - x)^2$

b) $(x + y)(x - y) = (x - y)(x + y)$

c) $(-x - y)^2 = (x + y)^2$

7 **Desarrolla:** $(3x + 2)^2 - (3x - 1)(3x - 1)$.

8 $x^2 - 6x + 9$ es el desarrollo de:

a) $(3x - 1)^2$ b) $(x + 3)^2$ c) $(x - 3)^2$

GENIOMATIC

9 ¿Cuál de las expresiones

a) $(2x - 1)^2$ b) $(x + 2)^2$ c) $(2x + 1)^2$

tiene por desarrollos: $4x^2 - 4x + 1$?

10 **Reduce:** $R = (a + b)^2 - (a - b)^2$

Nivel avanzado

11 Si $a^2 + b^2 = 13$ y $ab = 6$, **halla** el valor de:

$Q = a + b$.

12 Si $a^2 + b^2 = 15$ y $ab = 7$, **halla** el valor de:

$M = a - b$.

13 **Reduce** la expresión:

$$E = \sqrt[4]{(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) + 16}$$

14 Si $a + b = 7$ y $a - b = 2$, ¿cuál es el valor de $a^2 - b^2$?

Tarea

1 **Simplifica:** $M = (2x + 4)^2 + (2x - 4)^2$.

2 **Reduce:** $N = (x + 2)^2 + (x - 2)^2$.

3 La suma de los cuadrados de dos números es 24 y su producto es 6. **Determina** la suma positiva de los números.

4 Si $a^2 + b^2 = 16$ y $ab = 6$, **halla** el valor de:

$L = a - b$ $(L > 0)$.

Factorización

Multiplicación polinomial

FACTOR COMÚN

Al multiplicar $a(x + y)$ resulta $ax + ay$, de modo que: $\overbrace{a(x + y) = ax + ay}^{\text{Multiplicación}}$

A la inversa se puede expresar así: $\underbrace{ax + ay = a(x + y)}_{\text{Factorización}}$

"Factorizar" es poner "en forma de factores". Es lo contrario de la multiplicación. Entonces surge la pregunta, ¿cuándo multiplicar y cuándo factorizar?

Todo lo que hemos aprendido en Álgebra hasta el momento son, principalmente, formas para resolver ecuaciones. En el momento de resolver las ecuaciones, algunas veces hay que multiplicar polinomios, otras veces convendrá factorizar.

Lo que debe estar claro es que, cuando se crea conveniente, cualquier expresión algebraica se puede sustituir por su equivalente.

La factorización es el proceso que consiste en expresar un polinomio en forma de una multiplicación de sus factores.

Hay varios métodos de factorización, según las características del polinomio. Veremos dos métodos: El método del factor común monomio y el del factor común polinomio.

Método del factor común monomio

Las expresiones factorizables por este método son las que provienen de multiplicar un monomio por un polinomio.

$$a(x + y - z) = ax + ay - az$$

Como la factorización es el proceso inverso a la multiplicación:

$$ax + ay - az = a(x + y - z) \qquad a\text{: Factor común}$$

- $ax + 2a = a(x + 2)$
- $ax^2 - 2ax + 3a = a(x^2 - 2x + 3)$
- $xy + xz + 5x = x(y + z + 5)$
- $ax^2 - bx^2 + cx^2 = x^2(a - b + c)$
- $ma^2 - 2na^2 + 3pa^2 = a^2(m - 2n + 3p)$
- $nm^2 - mn^2 + mn = mn(m - n + 1)$

Ejemplo 1

Factoriza las expresiones:

a) $ax^2 + ax - 2a$ b) $ax^2 - bx^2 - cx^2$

Resolviendo:

a) $ax^2 + ax - 2a = a(x^2 + x - 2)$

b) El factor común de los términos es x^2:

$ax^2 - bx^2 + cx^2 = x^2(a - b - c)$

Ejemplo 2

Factoriza las expresiones:

a) $x^5 - x^4 - x^3$ b) $x^2y - xy^2 - 3xy$

Resolviendo:

a) El factor común es x^3:

$x^5 - x^4 - x^3 = x^3(x^2 - x - 1)$

b) El factor común es xy:

$x^2y - xy - 3xy = xy(x - y - 3)$

Ten en cuenta

Factor primo

Se dice que un factor es primo cuando no se puede expresar al menos como la multiplicación de dos factores algebraicos.

Dado: $P(x) = (x + 1)(x - 2)$

$(x + 1)$ y $(x - 2)$ son factores primos de $P(x)$.

En $P(x, y) = (x + y)(x^2 - y^2)$

$(x + y)$ es un factor primo, pero $(x^2 - y^2)$ no lo es, porque se puede expresar como: $x^2 - y^2 = (x + 1)(x - 1)$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 3

Al simplificar $P = \dfrac{6x^2 + 3x^3}{3x^2}$, se obtiene $(ax + b)$.

Halla el valor de a y b.

Resolviendo:

$$P = \frac{3x^2(2 + x)}{3x^2} \Rightarrow P = x + 2$$

Comparando:

$a = 1\ ;\ b = 2$

Ejemplo 4

Si se factoriza $12x^3 + 9x^2$, se obtiene $ax(4x^2 + bx)$. **Halla** los valores de a y b.

Resolviendo:

Factorizando $= 12x^3 + 9x^2 = 3x(4x^2 + 3x)$

Comparando: $a = 3\ ;\ b = 3$

Nivel básico

1 **Factoriza** las expresiones:

a) $ax - ay + az + aw$ b) $mx + my - mz + mw$

2 **Factoriza** las expresiones:

a) $a^2x + a^2y - a^2z - a^2w$ b) $5xy - 5xz + 5xw$

3 **Factoriza** las expresiones:

a) $2ax + bx - 3cx$ b) $20x - 15y + 10z + 5w$

4 **Factoriza** las expresiones:

a) $2axy + 4axz - 3axw$ b) $10xy + 15xz - 20xw$

5 **Factoriza** las expresiones:

a) $x^6 - 2x^5 + 7x^4$ b) $3x^7 - 6x^5 + 9x^4$

Nivel intermedio

6 **Factoriza** las expresiones:

a) $2ax^2 - 4bx^2 + 6cx^2$ b) $8xy + 16xz - 24xw$

7 Si $a + b - c = 10$ y $xy = 2$, **calcula** $axy + bxy - cxy$.

8 **Factoriza** las expresiones:

a) $40xy - 32xz + 6xw$ b) $42x^3 + 14x^2y - 21xy$

9 **Factoriza** las expresiones:

a) $40x^6 - 32x^5 + 16x^4$ b) $24x^3 + 8x^2 - 32x$

10 ¿Cuál de las siguientes expresiones está correctamente factorizada?

I. $2x^2(xy + xz)$ II. $x^2(12x + 18z)$

III. $12(x - y)xy$

Nivel avanzado

11 ¿Cuál de las siguientes expresiones proviene de multiplicar $xy(2x + 3y - 1)$?

a) $2x^2y + 3xy^2 - xy^2$ c) $2x^2y^2 + 3xy^2 - xy^2$

b) $2x^2y + 3xy^2 - xy$

12 Si $x + y + z = 11$ y $xyz = 8$, **calcula** $x^2yz + xy^2z + xyz^2$.

13 Sea $xy = 12$ y $x^2 + xy - y^2 = 10$. **Determina** el valor de: $x^3y + x^2y^2 - xy^3$.

14 **Factoriza:** $18a^5b^3 + 24a^3b^4 - 30a^2b^5$.

Tarea

1 **Factoriza** las expresiones:

a) $2ax + ay - 2az + aw$

b) $18x^2 - 27xy + 9xz - 36xw$

2 **Factoriza** las expresiones:

a) $6ax^2 - 9a^2x - 3ax$

b) $12ax^3 - 16bx^3 + 24cx$

3 **Factoriza** las expresiones:

a) $2ax^2 + a^2x - 3a^3x$

b) $12ax + 16bx + 24cx$

4 **Factoriza** las expresiones:

a) $6a^2x^2 - 12a^2x^3 + 3a^3x$

b) $20ax^3 - 15a^2x^3 - 30a^3x$

GENIOMATIC

Multiplicación polinomial

Factor común polinomio

Al multiplicar dos binomios, por ejemplo, $(a + b)(x + y)$, el factor $(a + b)$ se distribuye entre los términos de $(x + y)$, tal que:

$$(a + b)(x + y) = (a + b)x + (a + b)y \leftarrow \text{Multiplicación}$$

A la inversa, lo anterior se puede expresar así:

$$(a + b)x + (a + b)y = (a + b)(x + y) \leftarrow \text{Factorización}$$

En cada término del primer miembro hay un factor común, $(a + b)$, tal que al extraerlo resulta el segundo miembro.

VIDEO DE TEORÍA

Este método se aplica cuando en cada término de una expresión aparece como factor común un polinomio. Si no existe un factor común monomio y aparentemente tampoco un factor polinomio, puede aparecer después de agrupar convenientemente los términos.

Veamos algunos ejemplos:

Ejemplo 1

Factoriza $a(x - y) + b(x - y)$.

Resolviendo:

El factor común es $(x - y)$. Extraemos ese factor:

$a(x - y) + b(x - y) = (x - y)(a + b)$

Ejemplo 2

Factoriza $2m(x - 1) + 3n(x - 1) - 2(x - 1)$.

Resolviendo:

En cada término figura el factor $(x - 1)$. Extraemos es factor:

$2m(x - 1) + 3n(x - 1) - 2(x - 1)$

$= (x - 1)(2m + 3n - 2)$

Ejemplo 3

Factoriza $(x + y)a - (x + y)b + (x + y)c$.

Resolviendo:

$(x + y)a - (x + y)b + (x + y)c = (x + y)(a - b + c)$

Ejemplo 4

Factoriza $4m(a + b) - 12n(a + b)$.

Resolviendo:

El factor común es $4(a + b)$

$4m(a + b) - 12n(a + b) = 4(a + b)(m - 3n)$

Ejemplo 5

Factoriza $30x^4y^2 + 24x^3y^3 - 18x^2y^4$.

Resolviendo:

- De los coeficientes, extraemos el mayor divisor común (MCD): MCD(30; 24; 18) = 6
- De la parte variable, los factores comunes son x e y con el menor exponente: x^2y^2.
- El factor común a extraer es $6x^2y^2$.
- Factorizando: $6x^2y^2(5x^2 + 4xy - 3y^2)$

Ejemplo 6

Factoriza $x^3 + x^2 + x + 1$.

Resolviendo:

- Agrupando apropiadamente:

$$(x^3 + x^2) + (x + 1) = x^2(x + 1) + (x + 1)$$

- Extraemos el factor común $(x + 1)$:

$$= (x^2 + 1)(x + 1)$$

Ejemplo 7

Factoriza $3a(2ax + 3ay) - 4b(2bx + 3by)$.

Resolviendo:

Del primer paréntesis, factorizamos a y del segundo paréntesis, b:

$= 3aa(2x + 3y) - 4bb(2x + 3y)$

Factorizando $(2x + 3y)$: $(2x + 3y)(3a^2 - 4b^2)$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Nivel básico

1 **Factoriza** las expresiones:

a) $x(a + 1) + y(a + 1)$ b) $x(a - b) + y(a - b)$

2 **Factoriza** las expresiones:

a) $a(x + y) - b(x + y) + c(x + y)$

b) $x(a + n) + y(a + n) - 2z(a + n)$

3 **Factoriza** $(x + y)a - (x + y)b + (x + y)c$.

4 **Factoriza** $4a(x + y) - 2b(x + y)$.

5 **Factoriza** $4mx(a + b) - 12mp(a + b)$.

Nivel intermedio

6 **Factoriza** $8a(x + y) - 4b(x + y)$.

7 **Factoriza** $4x(3xa + ay) - 2b(3x + y)$.

8 **Factoriza** $4(ax + ay) - 2(bx + by)$.

9 **Factoriza** $a(ax + ay) - b(bx + by)$.

10 **Factoriza** $4x(3xa + ay) - 2(3bx + by)$.

Nivel avanzado

11 **Factoriza** $3x^3y^4 + x^2y^3 + 3axy + a$.

12 **Factoriza** $x^4 + x^3 + x^2 + x$.

13 **Factoriza** $a^2b^2 + a^2bc + ab^2c + abc^2$.

14 Si $2a^2 + 2ab + 3a + 3b = 10$, **calcula** $E = 5(2a + 3)(a + b)$.

Tarea

1 **Factoriza** las expresiones:

a) $3x(a + b) + 2y(a + b)$

b) $2x(a - b) + 4y(a - b)$

2 **Factoriza** $x^5 + x^4 + x^3 + x^2$.

3 **Factoriza** las expresiones:

a) $a(2x + y) - b(2x + y) + c(2x + y)$

b) $x(a + n) - ya - yn - 3z(a + n)$

4 Si $4x^2 + 4xb - 5x - 5b = 10$, **calcula** $E = (16x - 20)(x + b)$

Reforzando - Unidad 6

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 Señala la operación incorrectamente efectuada:

A) $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

B) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

C) $(m + n)(m + n) = m^2 + 2mn + n^2$

D) $(x + y)(x - y) = x^2 - 2xy + y^2$

2 Señala la operación incorrectamente efectuada:

A) $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$

B) $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

C) $(m - n)(m - n) = m^2 - 2mn + n^2$

D) $(x + y)(x - y) = x^2 - 2xy + y^2$

3 ¿Cuál de las siguientes expresiones se reduce a 0?

A) $(x + y)(x - y) - x^2 - y^2$

B) $(x + y)(x - y) + 2x^2 + y^2$

C) $(x - y)(x - y) - x^2 + 2xy - y^2$

D) $(x - y)(x - y) + x^2 + 2xy + y^2$

4 Una de las siguientes expresiones se reduce a $20a$. Identifica cuál.

A) $(x + 4)^2 + (x - 4)^2$

B) $(a + 5)^2 + (a - 5)^2$

C) $(a + 4)^2 - (a - 4)^2$

D) $(a + 5)^2 - (a - 5)^2$

5 Calcula $(a + b)^2$, si $ab = 2$ y $a^2 + b^2 = 3$.

A) 7 B) 25 C) 5 D) 4

6 Calcula $(a + b)(a - b)$, si $a^2 = 7$ y $b^2 = 5$.

A) 1 B) 2 C) 12 D) 4

7 ¿Cuál de las siguientes expresiones es equivalente a $(4x^2 - y^2)$?

A) $(2x + y)(2x - y)$ B) $(2x + y)^2$

C) $(2x - y)^2$ D) $(x - 2y)$

8 ¿Cuál de las siguientes expresiones resulta al factorizar $a(x - y)$?

A) $ax - xy$ B) $ax - ay$

C) $ax + ay$ D) $a + x - a + y$

9 Al factorizar $ax + ay - az$, resulta:

A) $a(x + y + z)$ B) $a(x + y - z)$

C) $a(xyz)$ D) $a(xy - z)$

10 ¿Cuál de las siguientes expresiones proviene de multiplicar $a(2x + y - 3z)$?

A) $2ax + y - 3az$ B) $2ax + ay - 3az$

C) $2ax + y - 3z$ D) $2x + ay - 3az$

11 Si $a^2 = 3$ y $x + y + z = 13$, calcula $a^2x + a^2y + a^2z$

A) 16 B) 39 C) 117 D) 69

12 ¿Cuál de las siguientes expresiones es equivalente $a(a + b)(x - y)$?

A) $ax - ay + bx - by$ B) $ax + ay - bx - by$

C) $ax - ay - bx + by$ D) $ax - by$

13 Victoria lleva x estuches y Rafaela lleva y estuches. Si cada estuche contiene n plumones, ¿cuántos plumones llevan entre las dos?

A) $x + y + n$ B) nxy

C) $n(x + y)$ D) $nx - ny$

14 Un almacén de cemento tiene tres depósitos. En un depósito hay x bolsas de cemento, en el segundo depósito hay y bolsas y en el tercero, z bolsas. Si cada bolsa contiene k kilogramos de cemento, ¿cuántos kilogramos de cemento hay en el almacén?

A) $3k(x + y + z)$ B) $kx + y + z$

C) $k + x + y + z$ D) $k(x + y + z)$

15 Efectúa las siguientes operaciones:

a. $(x - 2)(x + 2)$ b. $(a + 3)(a - 3)$
c. $(2x - 5)(2x + 5)$ d. $(3x + 2)(3x - 2)$

16 Efectúa las siguientes operaciones:

a. $(3x + y)(3x - y)$
b. $(5x - 2)(5x + 2)$
c. $(7a - b)(7a + b)$

17 Efectúa las siguientes operaciones:

a. $(5x + 10y)(5x - 10y)$
b. $(5x^2 + 3)(5x^2 - 3)$
c. $(7a^2 + 2b^3)(7a^2 - 2b^3)$

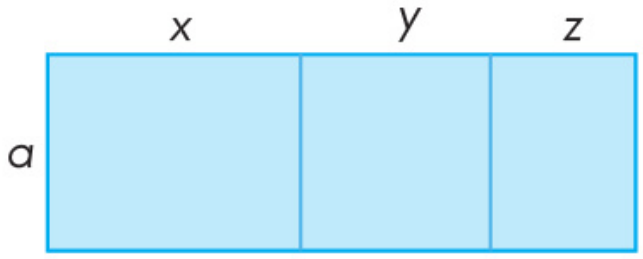
18 ¿Cuál es el desarrollo de las siguientes potencias?

a. $(x + 4)^2$ b. $(x + 2)^2$
c. $(a + 1)^2$ d. $(p + 2q)^2$

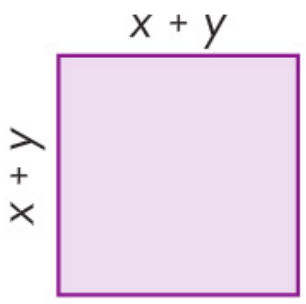
19 ¿Cuál es el desarrollo de las siguientes potencias?

a. $(2a + b)^2$ b. $(x - 5)^2$
c. $(x + 1)^2$ d. $(a - 1)^2$

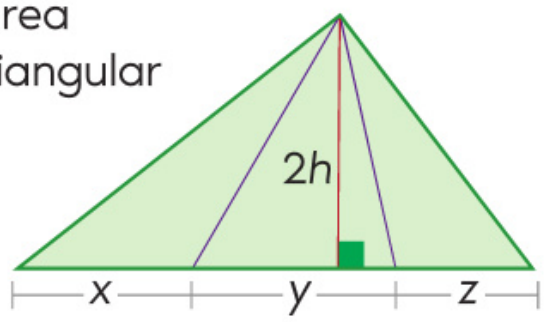
20 El área de la región mostrada es:



21 Calcula el área del cuadrado:



22 Determina el área de la región triangular



23 Si $a^2 = 2$ y $b^2 = 8$, determina el valor de las siguientes expresiones:

a. $(a + b)^2$ b. $(a - b)^2$
c. $(2a + b)^2$ d. $(a - 2b)^2$
e. $(a + 2b)^2$ f. $(2a - b)^2$
g. $(a + b)(a - b)$ h. $(2a - b)(2a + b)$

24 Si $a^2 + b^2 = 3$ y $ab = 4$, determina el valor de las siguientes expresiones:

a. $(a + b)^2$ b. $(a - b)^2$
c. $(a + b)^2 + (a - b)^2$ d. $(2a - 2b)^2$
e. $(3a + 3b)^2$ f. $(a + b)^2 - (a - b)^2$

25 Haz corresponder con su equivalente:

a. $(x + y)^2$ 1. $3(x^2 - y^2)$
c. $(x + y)^2 + (x - y)^2$ 2. $2(x^2 + y^2)$
e. $(3x + 3y)(x - y)$ 3. $x^2 + 2xy + y^2$

26 Si $a + b = 5$ y $ab = 2$, calcula $a^2 + b^2$.

27 Efectúa:

$(2x - 1)(2x + 1)(4x^2 + 1)(16x^4 + 1) + 1 - 256x^8$

28 Factoriza las siguientes expresiones:

a) $6x - 12$ b) $4x - 8y$
c) $24a - 12ab$ d) $10x - 15x^2$
e) $14m^2n + 7mn$ f) $4m^2 - 20am$

29 Factoriza las siguientes expresiones:

a) $8a^3 - 6a^2$ b) $ax + bx + cx$
c) $b^4 - b^3$ d) $4a^3bx - 4bx$
e) $14a - 21b + 35$ f) $3ab + 6ac - 9ad$

30 Efectúa las siguientes operaciones:

a. $(x + 4)^2 + (x - 4)^2$
b. $(a + 5)^2 + (a - 5)^2$
c. $(a + 1)^2 - (a - 1)^2$

Autoevaluación

1 Efectúa las siguientes operaciones

a. $(6 - x)^2$ b. $(x - 3y)^2$

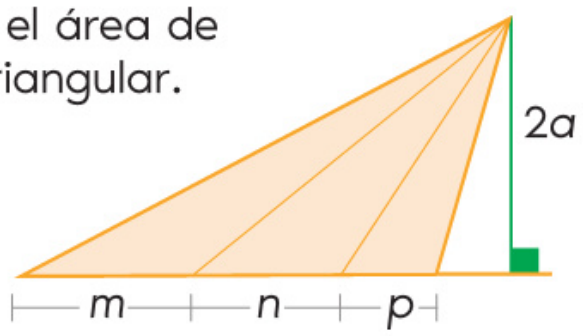
c. $(x - 5)^2$ d. $(2a + x)^2$

2 Efectúa las siguientes operaciones:

a. $(x - 1)(x + 1)$ b. $(a + 3)(a - 3)$

c. $(2a - 3)(2a + 3)$ d. $(3x + 5)(3x - 5)$

3 Determina el área de la región triangular.



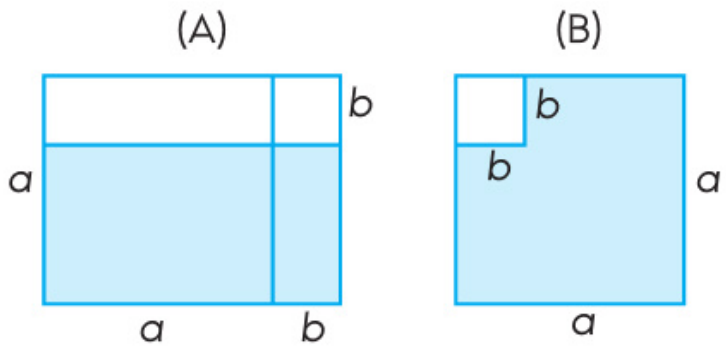
4 Si $a^2 + b^2 = 5$ y $ab = 3$, determina el valor de las siguientes expresiones:

a. $(a + b)^2$ b. $(a - b)^2$

c. $(a + b)^2 + (a - b)^2$ d. $(2a - 2b)^2$

e. $(3a + 3b)^2$ f. $(a + b)^2 - (a - b)^2$

5 Si el área de la parte coloreada del rectángulo A es 12 cm^2, demuestra que el área de la parte coloreada del cuadrado B es también 12 cm^2.



6 Factoriza las siguientes expresiones:

a) $x^5 + x^4 + x^3 + x^2$

b) $a^4x^3 + a^3x^2 + a^2x$

c) $(a + b)x + (a + b)y + (a + b)z$

d) $a^2x - a^2y + b^2x - b^2y$

Reducción de términos semejantes y multiplicación algebraica

Ecuaciones I

Ecuaciones lineales de la forma: $x + a = b$ y $ax = b$

Uno de los objetivos fundamentales del Álgebra es la resolución de ecuaciones. Es que mediante las ecuaciones se resuelven casi todos los problemas matemáticos.

VIDEO DE TEORÍA

Identidad y ecuación

Hay dos clases de igualdad en Álgebra, una donde un miembro es el resultado de operar el otro, y se llama **identidad**, y otra, donde no se sabe qué número representa la variable, y se llama **ecuación.**

Identidad: $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$ Ecuación: $2x + 3 = 10$

Una **ecuación** es una igualdad de dos expresiones algebraicas en la que la variable representa un valor desconocido, razón por la que se llama **incógnita**, y cuyo objetivo es encontrar ese valor tal que al reemplazarlo en la ecuación se debe verificar una igualdad numérica.

En la ecuación $2x - 3 = 5$ (x es la incógnita)

Para $x = 5$ resulta: $2 \cdot 5 - 3 = 5$

$7 = 5$ ← No es correcta

Para $x = 4$ resulta: $2 \cdot 4 - 3 = 5$

$5 = 5$ ← Es correcta

Se dice que $x = 4$ es solución de la ecuación $2x - 3 = 5$.

Ecuación de la forma $x + a = b$

Por ejemplo la ecuación $x + 7 = 13$ es de la forma $x + a = b$.

Esta ecuación equivale a la pregunta: ¿qué número sumado con 7 da 13? Y la respuesta es 6. Así, la solución es $x = 6$.

Ecuación de la forma $ax = b$

La ecuación $4x = 12$ equivale a la pregunta: ¿qué número multiplicado por 4 es 12? La respuesta es 3. Así, la solución es $x = 3$.

Transposición de términos

El método de resolución de ecuaciones, basado en las propiedades de la igualdad, se llama transposición de términos. Observa los ejemplos:

- $x + 7 = 13$

  $x + \cancel{7} - \cancel{7} = 13 - 7$

  $x = 13 - 7 \Rightarrow x = 6$

- $4x = 12$

  $\cancel{4}x \cdot \frac{1}{\cancel{4}} = 12 \cdot \frac{1}{4}$

  $x = \frac{12}{4} \Rightarrow x = 3$

Ten en cuenta

Miembros de una ecuación

En una igualdad, la expresión a la izquierda del signo igual se llama primer miembro y la que está a la derecha, segundo miembro.

$\underbrace{4x + 9}_{\text{Primer miembro}} = \underbrace{5y - 7}_{\text{Segundo miembro}}$

Resolver una ecuación

Resolver una ecuación es encontrar el valor de la incógnita que al ser reemplazado en la ecuación verifica la igualdad.

Una ecuación se puede resolver de muchas maneras, desde mentalmente hasta usando técnicas complejas.

En **forma práctica,** los términos que están sumando o restando se transponen con el signo opuesto al otro miembro, y los términos que están multiplicando o dividiendo se transponen dividiendo y multiplicando, respectivamente, al otro miembro.

Ejemplo 1

De la igualdad: $2a - 3 = 5$,

halla el valor de x en: $3x - 1 = 5a$.

Resolviendo:

- $2a = 3 + 5 \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4$
- $3x - 1 = 5a$

$\Rightarrow 3x - 1 = 20 \Rightarrow 3x = 21 \Rightarrow x = 7$

Ejemplo 2

Resuelve: $5x + 8 = 2x + 20$

Resolviendo:

$5x - 2x = 20 - 8 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4$

Ejemplo 3

Si $a + b = 2$, **halla** el valor de x en: $5x - b = 5a + 4b$.

Resolviendo:

$$5x - b = 5a + 4b$$
$$5x = 5a + 4b + b$$
$$5x = 5a + 5b$$
$$5x = 5\underbrace{(a + b)}_{2}$$
$$5x = 10$$
$$\therefore\ x = 2$$

Propiedades de la igualdad

Si a ambos miembros de una igualdad se suma o se resta el mismo número, la igualdad se mantiene.

- $x - 3 = 15$

$x - 3 + 3 = 15 + 3 \Rightarrow x = 18$

- $x + 7 = 12$

$x + 7 - 7 = 12 - 7 \Rightarrow x = 5$

Si a ambos miembros de una igualdad se multiplica o se divide por el mismo número, la igualdad se mantiene.

- $5x = 15 \Rightarrow 5x \div 5 = 15 \div 5$

$\Rightarrow x = 3$

- $\frac{x}{6} = 3 \Rightarrow \frac{x}{6} \cdot 6 = 3 \cdot 6$

$\Rightarrow x = 18$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Nivel básico

1 En cada recuadro, **escribe** el número que verifique la igualdad:

a) $\square + 4 = 12$ b) $13 - \square = 6$

c) $15 - \square = 7$ c) $10 = \square - 7$

2 En cada recuadro, **escribe** el número que verifique la igualdad:

a) $\square - 7 = 14$ b) $12 - \square = -15$

c) $8 - \square = 14$ c) $-10 = \square - 7$

3 En cada recuadro, **escribe** el número que verifique la igualdad:

a) $3 \times \square = 21$ b) $5 \times \square = -15$

c) $4 \times \square = 32$ c) $-18 = 3 \times \square$

4 **Resuelve** las ecuaciones:

a) $2x - 11 = x + 16$ b) $3x - 17 = 2x - 5$

5 **Resuelve** las ecuaciones:

a) $4x - 11 = 17$ b) $3x + 17 = 11$

Nivel intermedio

6 **Resuelve** las ecuaciones:

a) $7 - 2x = 16 - 4x + 13$ b) $2 - 3x = 3x - 10$

7 Si $3 + 2a = 9$, **halla** el valor de x en:

$$4x = 15 + a + x$$

8 Si $2 + 2a = 8$; $8 + 3b = 14$, **halla** el valor de x en: $ax - a = 3b$.

9 Si $a + b = 3$, **halla** el valor de x en:

$$3x - 2a = 3a + 5b$$

Nivel avanzado

10 **Resuelve:** $\sqrt{3x + 6} = 6$

11 Si $5a - 2 = 8$ y $2x = a + 6$, **halla** el valor de x.

12 Si la solución de la ecuación: $5x + 3a = 21$ es 3, **halla** el valor de a.

Tarea

1 **Resuelve** las ecuaciones:

a) $2x - 4 = 10 + x$ b) $3x - 5 = x + 11$

2 **Resuelve** las ecuaciones:

a) $2(2x + 3) = 14$ b) $3(5 - x) = 2(x + 5)$

3 Si $a + b = 6$, **halla** el valor de x en:

$$2x - a = 2a + 3b$$

4 Si la solución de la ecuación $3x + 5a = 16$ es 2, **halla** el valor de x.

Ecuaciones lineales

Ecuaciones II

Ecuaciones lineales de la forma: $\frac{(ax + b)}{c} = d$

VIDEO DE TEORÍA

La ecuación $\frac{x + 2}{3} = 4$ equivale a dos preguntas

- ¿Qué número dividido entre 3 da 4? Respuesta: 12
- ¿Qué número sumado con 2 es 12? Respuesta: 10

$\therefore x = 10$ es la solución de la ecuación.

Hay muchas formas de resolver una ecuación. Lo importante es no perder de vista el objetivo de encontrar el valor que representa la incógnita.

Ahora resolvamos la ecuación por transposición de términos:

$$\frac{x + 2}{3} = 4$$
$$x + 2 = 3 \cdot 4$$
$$x = 12 - 2 \Rightarrow x = 10$$

En la ecuación $\frac{3x}{4} + \frac{x}{6} = 11$, no podemos transponer ni 4 ni 6.

Un modo de resolver es primero eliminar denominadores y luego aplicar la propiedad distributiva de la multiplicación. Observa con atención:

$$\frac{3x}{4} + \frac{x}{6} = 11$$

- Multiplicamos ambos miembro por 12: (MCM(4; 6))

$$12\left(\frac{3x}{4} + \frac{x}{6}\right) = 12 \cdot 11$$

- Propiedad distributiva en el 1° miembro:

$$\cancel{12}^{3} \times \frac{3x}{\cancel{4}_{1}} + \cancel{12}^{2} \times \frac{x}{\cancel{6}_{1}} = 12 \cdot 11$$
$$3 \cdot 3x + 2 \cdot x = 12 \cdot 11$$
$$9x + 2x = 12 \cdot 11$$

- Dividiendo ambos miembro ÷11:

$$\cancel{11}x = 12 \cdot \cancel{11} \Rightarrow x = 12$$

En forma práctica, si en una ecuación hay términos fraccionarios, el MCM de los denominadores se divide entre cada uno de ellos y el cociente se multiplica por el numerador. Luego se procede como en cualquier ecuación lineal.

Ejemplo 1

Resuelve

$$\frac{x - 2}{3} = 6 - x$$

Resolviendo:

$\times 3$: $\cancel{3} \times \frac{x - 2}{\cancel{3}} = 3(6 - x) \Rightarrow x - 2 = 3 \cdot 6 - 3x$

$\Rightarrow x + 3x = 18 + 2 \Rightarrow 4x = 20 \Rightarrow x = 5$

Ten en cuenta

Transposición de términos

Para transponer un término al otro miembro, multiplicando, es necesario que el término esté dividiendo a todo el miembro donde se encuentra.

En $\frac{x}{6} + 3 = 12$, el 6 no se puede transponer multiplicando, porque no divide a todo el primer miembro. Previamente hay que transponer el 3.

$$\frac{x}{6} = 12 - 3$$
$$\frac{x}{6} = 9$$
$$x = 9 \cdot 6 \Rightarrow x = 54$$

Para transponer un término al otro miembro, dividiendo, es necesario que el término esté multiplicando a todo el miembro donde se encuentra.

En $4x + 11 = 23$ no podemos transponer el 4 dividiendo porque no está multiplicando a todo el primer miembro. Previamente hay que transponer el 11:

$$4x + 11 = 23$$
$$4x = 23 - 11$$
$$4x = 12 \Rightarrow x = 3$$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 2

Resuelve $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{4} - \frac{5x}{6} = 14$

Resolviendo:

×12: $12\times\frac{2x}{3} + 12\times\frac{3x}{4} - 12\times\frac{5x}{6} = 12\times14$

MCM (3; 4; 6)

$4\times2x + 3\times3x - 2\times5x = 12\times14$

$8x + 9x - 10x = 12\times14$

÷7: $7x = 12\times14$

$\Rightarrow x = 24$

Ejemplo 3

Si $\frac{a+5}{3} = 4$, **resuelve** $\frac{x-a}{a-1} - \frac{x+a}{a+1} = 1$

Resolviendo:

$\frac{a+5}{3} = 4 \Rightarrow a + 5 = 3\cdot4 \Rightarrow a = 12 - 5 \Rightarrow a = 7$

Reemplazando $a = 7$: $\frac{x-7}{7-1} - \frac{x+7}{7+1} = 1 \Rightarrow \frac{x-7}{6} - \frac{x+7}{8} = 1$

×24: $4(x - 7) - 3(x + 7) = 24\cdot1$

$4x - 28 - 3x - 21 = 24$

$4x - 3x = 24 + 28 + 21$

$\Rightarrow x = 73$

Nivel básico

1 **Resuelve:** a) $\frac{x+2}{4} = 1$ b) $\frac{x-3}{5} = 3$

2 **Resuelve:** a) $\frac{2+x}{5} = 4$ b) $\frac{7-x}{3} = 2$

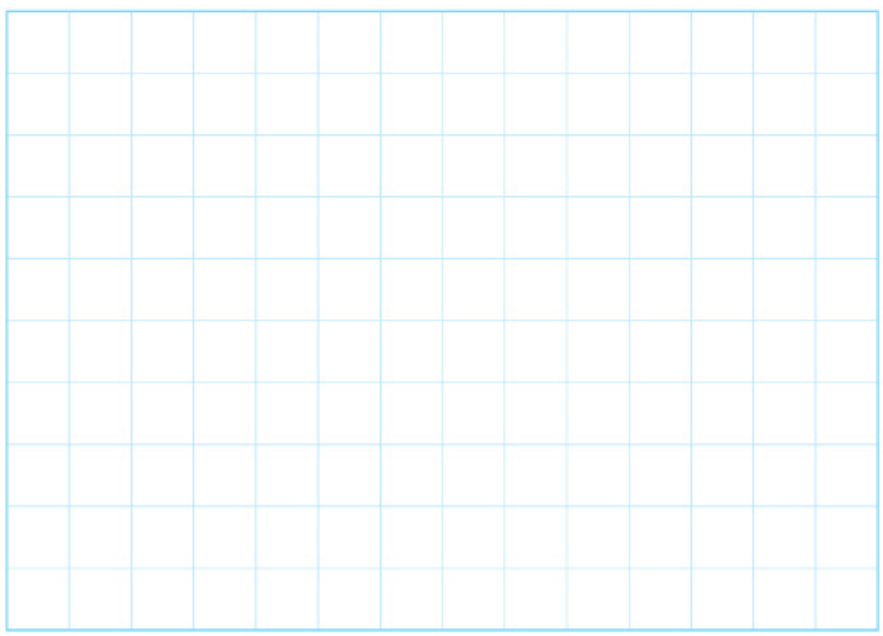
3 **Resuelve:** a) $\frac{2x+1}{3} = 5$ b) $\frac{3x-4}{7} = 2$

4 **Resuelve:** a) $\frac{2x}{5} + 1 = 7$ b) $\frac{3x}{5} - 4 = 8$

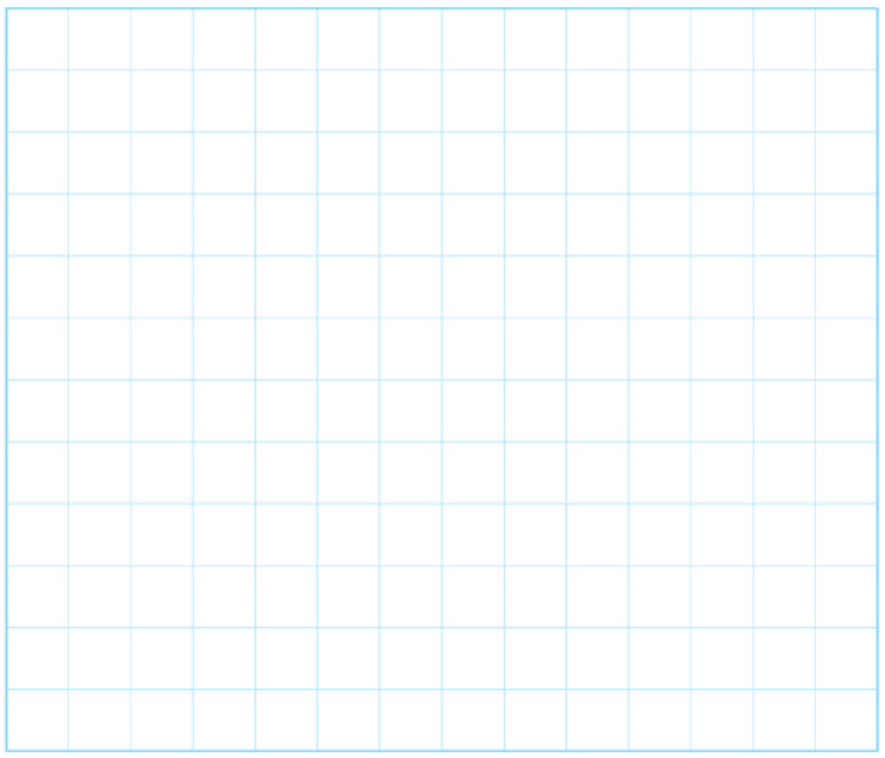
5 Resuelve:

a) $\frac{2x + 1}{5} - 2 = 5$

b) $\frac{3x - 5}{4} + 3 = 13$



8 Resuelve: $\frac{x + 1}{2} - \frac{x + 2}{3} + \frac{x + 3}{4} = 6$



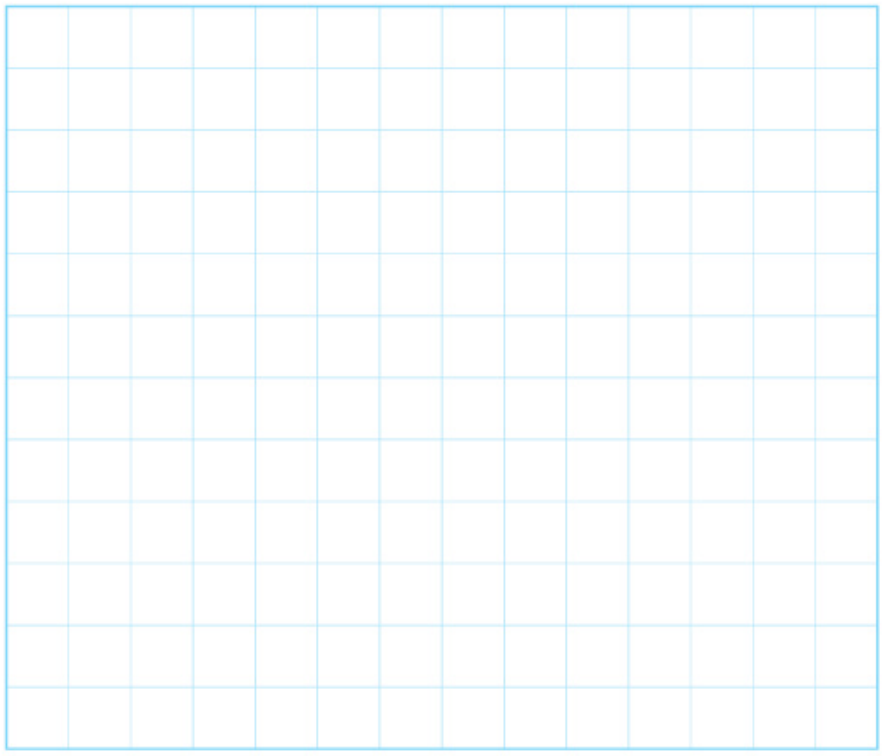
Nivel intermedio

6 Resuelve:

a) $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{2} = 26$

b) $\frac{5x}{3} - \frac{3x}{2} = 3$

9 Resuelve: $\frac{x - 3}{12} - \frac{x - 5}{8} + \frac{x - 2}{3} = \frac{7}{4}$

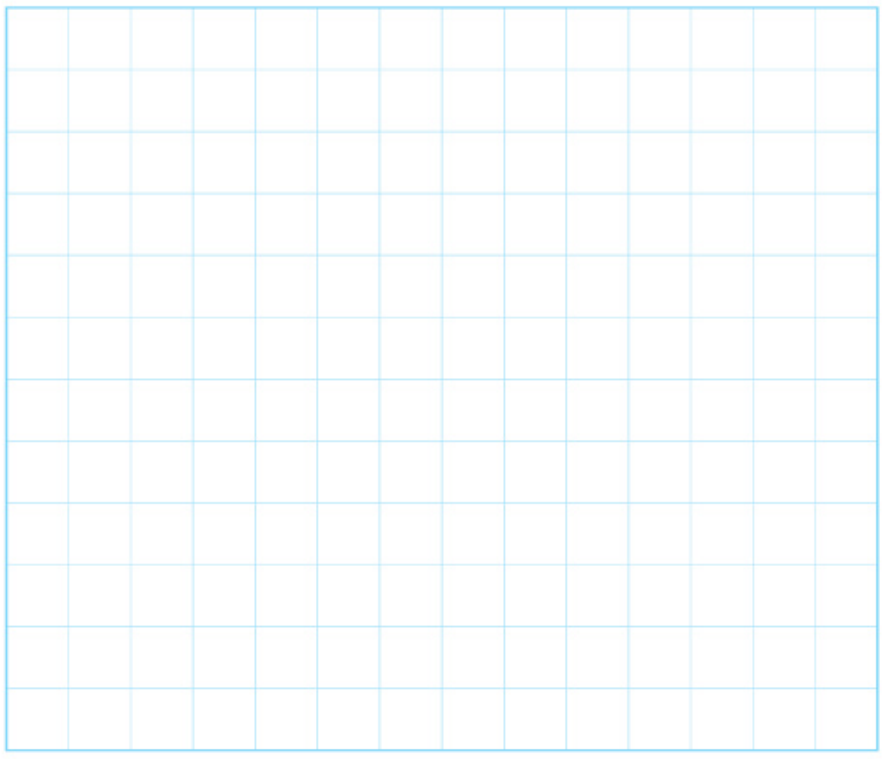


7 Resuelve:

a) $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{4} = \frac{17}{6}$

b) $\frac{5x}{4} - \frac{3x}{5} = \frac{13}{10}$

10 Resuelve: $\frac{x + 3}{15} - \frac{x - 1}{10} + \frac{x - 5}{5} = \frac{2}{15}$



GENIOMATIC

Nivel avanzado

11 Resuelve: $\frac{2x-3}{12} - \frac{3x-5}{8} + \frac{3x-2}{3} = \frac{1}{2}$

12 Resuelve:

a) $\frac{3x-5}{5} = \frac{x+1}{2}$ b) $\frac{7}{x-3} = \frac{6}{x+4}$

13 Si $\frac{a-4}{2} = 4$, resuelve:

$$\frac{2x+a}{10} - \frac{3x-a}{8} = \frac{a+3}{4}$$

14 ¿Cuál debe ser el valor de a para que la solución de la ecuación:

$\frac{2x+a}{15} - \frac{ax+2}{10} + \frac{x+2a}{5} = \frac{4}{3}$ sea 4?

Tarea

1 Resuelve:

a) $\frac{x+5}{7} = 2$ b) $\frac{x-4}{2} = 9$

2 Resuelve:

a) $\frac{5x}{3} + \frac{7x}{2} = 31$ b) $\frac{3x}{4} - \frac{2x}{3} = 15$

3 Resuelve:

a) $\frac{2x}{5} + \frac{3x}{6} = \frac{28}{15}$ b) $\frac{4x}{5} - \frac{5x}{6} = \frac{1}{3}$

4 Resuelve: $\frac{3x-3}{10} - \frac{2x-5}{15} + \frac{x-2}{5} = \frac{11}{6}$

Planteo de ecuaciones

Ecuaciones lineales

En una fiesta de bautizo, cada cierto tiempo los padrinos lanzan caramelos a los niños. Los gemelos Dino y Gino cogieron 40 caramelos entre los dos, pero el gemelo Dino cogió 12 más que Gino. ¿Cuántos cogieron cada uno?

VIDEO DE TEORÍA

Plantear una ecuación es expresar en forma de igualdad un problema que está expresado verbalmente.

Hay muchas maneras de resolver un problema matemático mediante ecuaciones. El modo en que uno se hace hábil en la resolución de problemas es mediante la práctica constante y con diversos métodos.

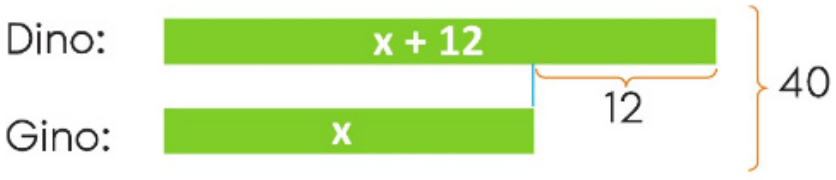
Lo que te brindaremos es algo parecido a un procedimiento general:

1. Leemos el enunciado y elegimos la variable que va a representar la incógnita:

La elección de la cantidad que la incógnita va a representar es clave. No siempre debe ser la que está en la pregunta.

En el problema vamos a representar con x el número de caramelos que tomó Gino.

2. Tratamos de comprender el problema imaginando la situación. En lo posible representamos con un esquema lo que hemos comprendido.



3. Planteamos la ecuación y resolvemos.

$x + (x + 12) = 40$

$2x = 40 - 12$

$2x = 28 \Rightarrow x = 14$

4. Verificamos la solución.

- Dino tiene: $14 + 12 = 26$ +
- Gino tiene: 14
- Entre los dos: 40

$\therefore$ Dino cogió 26 caramelos y Gino, 14.

Ten en cuenta

Evitar fracciones

En lo posible, se deben evitar las fracciones a la hora plantear una ecuación.

Veamos el siguiente ejemplo:

Con la cuarta parte de su ahorro, Ana compró una cartera y con los dos tercios, unos aretes. ¿Cuánto tenía ahorrado si gastó 110 soles en las compras?

Resolviendo:

Es evidente que lo que debemos encontrar es el importe del ahorro de Ana.

En lugar de designar con x este importe, vamos a representarlo por $12x$:

- Cartera: $12x \div 4 = 3x$
- Aretes: $\frac{2}{3}(12x) = 8x$
- Gasto:

$3x + 8x = 110$

$11x = 110 \Rightarrow x = 10$

- Ahorro: $12x = 12 \cdot 10 = 120$

Ana tenía ahorrado S/. 120.

Ejemplo 1

En una manifestación contra la discriminación racial, marcharon 600 personas y se observó que marcharon el doble de mujeres que de hombres. ¿Cuántos hombres expresaron su rechazo a la discriminación racial?

Resolviendo:

$x + 2x = 600$

$3x = 600$

$x = 600 \div 3$

$\Rightarrow x = 200$

$\therefore$ Número de hombres: 200

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 2

Donato tiene 68 soles y Sandra, 32 soles. Si quisiéramos que ambos tengan la misma suma, ¿cuánto tendría que darle Donato a Sandra?

Resolviendo:

Sea x lo que tiene que dar Donato.

Del gráfico: $32 + x = 68 - x$

$2x = 68 - 32$

$2x = 36 \Rightarrow x = 18$

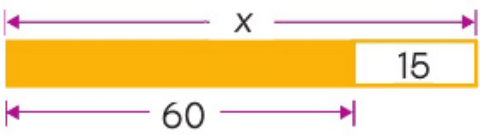
∴ Tendría que darle 18 soles.

Ejemplo 3

En un edificio, hay 120 focos en total. Algunos están apagados. Si en este momento apagamos 15 focos, habría tantos prendidos como apagados. ¿Cuántos focos estaban prendidos al principio?

Resolviendo:

- Al final, la mitad, o sea, 60, estarían prendidos, y la otra mitad apagados.
- Hay x focos prendidos:



- Al apagar 15 resulta 60:

$x - 15 = 60 \Rightarrow x = 75$

∴ Hay 75 focos prendidos.

Nivel básico

1 El doble de un número, aumentado en 5, es igual a 17. **Halla** el número.

2 La suma de dos números es 24. Si uno de ellos excede al otro en 4 unidades, **halla** dichos números.

3 Hace 9 años, la edad de Nadia era 21 años. ¿Qué edad tiene Nadia ahora?

4 La suma de tres números consecutivos es 27. ¿Cuáles son los números?

5 El doble de un número, aumentado en 20, es 50. ¿Cuál es el número?

Nivel intermedio

6 Se reparte 300 soles en dos partes tal que una parte es 60 soles mayor que la otra. ¿Cuál es la parte menor?

7 Entre Joel, Karla y Vidal tienen 250 soles. Joel tiene 35 soles más que Karla y Vidal tiene 25 soles menos que Karla. ¿Cuánto tiene Vidal?

8 En una avenida había 65 árboles, entre cipreses y pinos. Cuando se talaron 5 cipreses y 9 pinos, quedaron el doble de cipreses que de pinos. ¿Cuántos pinos quedaron?

9 En un restaurante se vendieron 23 jaleas más que cebiches. El plato de jalea cuesta 18 soles y el de cebiche, 20 soles. En la venta de ambos platos se recaudó S/. 1098. ¿Cuántos platos de ceviche se vendieron?

10 Tres ángulos suman 180°. El segundo es el triple del primero y el tercero el duplo del segundo. **Halla** el valor de cada ángulo.

GENIOMATIC

Nivel avanzado

11 Luis tiene la tercera parte de los años de Andrés, y Julio cinco veces la edad de Luis. Si la suma de las tres edades es de 54 años, ¿cuál es la edad de cada uno?

12 Se pagó 108 soles por un libro, un lapicero y una billetera. La billetera costó 10 soles más que el libro y 43 soles menos que el lapicero. ¿Cuánto se pagó por el precio de cada artículo?

13 Fabián compró por 300 soles doble número de corbatas que de sombreros. Las corbatas le costaron 15 soles y los sombreros, 25 soles. ¿Cuántas corbatas y cuántos sombreros compró?

14 Sara y Sergio venden empanadas en la calle. Ambos salen con igual cantidad de empanadas. Cuando Sergio ha vendido 25 empanadas y Sara, 35, a uno de ellos le queda el doble de lo que le queda al otro. ¿Con cuántas empanadas salió cada uno?

Tarea

1 La suma de dos números consecutivos es 35. ¿Cuál es el consecutivo del mayor?

2 Con 66 soles, Sandro compró el triple de helados de 4 soles que de 3 soles. ¿Cuántos helados compró en total?

3 Mario tiene 19 años y Angélica, 7 años. ¿Dentro de cuántos años Mario tendrá el doble de la edad de Angélica?

4 En un almacén hay doble de sacos de arroz que de azúcar. Se despacha 18 sacos de cada género y quedan entonces el triple de sacos de arroz que de azúcar. ¿Cuántos sacos quedan en total?

Reforzando - Unidad 7

Olimpiadas nacionales e internacionales

1 ¿Cuál de las siguientes ecuaciones no es consecuencia de $12x + 18y = 24$?

A) $6x + 9y = 12$ B) $24x + 36y = 36$
C) $4x + 6y = 8$ D) $2x + 3y = 4$

2 ¿Cuál de las siguientes ecuaciones no es consecuencia de $15x + 10 = 35$?

A) $3x + 2 = 7$ B) $17x + 10 = 35 + 2x$
C) $15x + 8 = 33$ D) $10x + 5 = 30$

3 Resuelve e indica la suma de las soluciones:

a) $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{4} = 17$ b) $\frac{3x}{4} - \frac{2x}{5} = 7$

A) 31 B) 32 C) 33 D) 34

4 Calcula el número que se triplica al sumarle 26.

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14

5 ¿Qué edad tiene Rosa si dentro de 56 años tendrá el quíntuplo de su edad actual?

A) 14 B) 12 C) 13 D) 11

6 Si a la edad de Rodrigo se le suma su mitad, se obtiene la edad de Andrea. ¿Cuál es la edad de Rodrigo si Andrea tiene 24 años?

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18

7 Dos ciclistas avanzan uno hacia el otro por una misma vía. Sus velocidades son de 20km/h y de 15 km/h. Si les separan 70 km, ¿cuánto tardarán en encontrarse?

A) 1 h B) 2 h C) 3 h D) 4 h

8 En un rectángulo, la base mide 18 cm más que la altura y el perímetro mide 76 cm. ¿Cuánto mide su dimensión mayor?

A) 10 cm B) 12 cm C) 18 cm D) 28 cm

9 En un garaje hay 100 vehículos. Si entre coches y motos y sus ruedas suman 340, ¿cuántos coches hay?

A) 10 B) 20 C) 30 D) 40

10 La base de un rectángulo es el doble que su altura. ¿Cuál es su área si el perímetro mide 30 cm?

A) 50 cm^2 B) 100 cm^2
C) 75 cm^2 D) 150 cm^2

11 Una madre tiene 60 años y su hijo, la mitad. ¿Cuántos años hace que la madre tenía tres veces la edad del hijo?

A) 13 años B) 14 años
C) 15 años D) 20 años

12 Elio compró 7 viseras y las vendió al doble del precio al que las compró. Si ganó 84 soles en la venta, ¿a qué precio compró cada visera?

A) S/. 11 B) S/. 12 C) S/. 13 D) S/. 14

13 Cada vez que un jugador gana una partida recibe 7 euros y cada vez que pierde paga 3 euros. Al cabo de 15 partidas ha ganado 55 euros. ¿Cuántas ha perdido?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6

14 En una granja hay doble número de gatos que de perros y triple número de gallinas que de perros y gatos juntos. ¿Cuántos perros hay si en total son 72 animales?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 8

15 Dante tiene 5000 euros ahorrados y Sara, 4500 euros. Ambos se compran un automóvil de última generación. Después de la compra, a Sara le quedan 3/7 del dinero que le queda a Dante. ¿Cuánto costó el móvil?

A) S/. 3950 B) S/. 4125
C) S/. 4250 D) S/. 4150

16 La tercera parte de un número es 45 unidades menor que su doble. ¿Cuál es el número?

17 Tres hermanos se reparten S/. 1300. El mayor recibe el doble que el mediano y este el cuádruple que el pequeño. ¿Cuánto recibe cada uno?

18 Un padre tiene 47 años y su hijo, 11. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del padre sea el triple de la del hijo?

19 Un camión sale de una ciudad a una velocidad de 60km/h. Dos horas más tarde sale en su persecución un coche a 100 km/h. ¿Cuánto tardará en alcanzarlo?

20 Tres números consecutivos suman 138. Determina la suma del número menor con el número mayor.

21 La suma de tres números pares consecutivos es igual al cuádruple del menor de ellos, disminuido en 8. Determina los números.

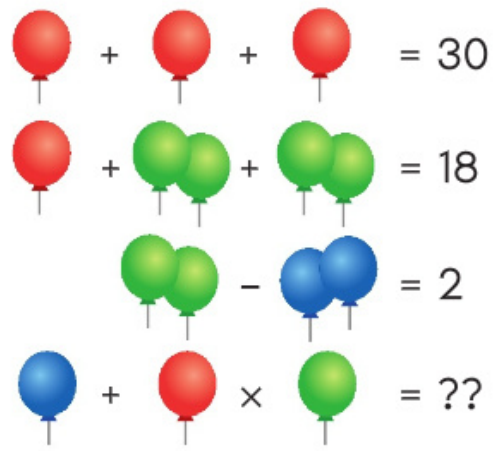
22 Camila tiene cierta cantidad de manzanas. Si al doble de dicha cantidad le agregamos 27, resulta 45. ¿Cuántas manzanas tiene Camila?

23 Cecilia tiene cierta cantidad de muñecas; si su papá le regala 15 muñecas más tendrá en total 34. ¿Cuántas muñecas tenía al comienzo Camila?

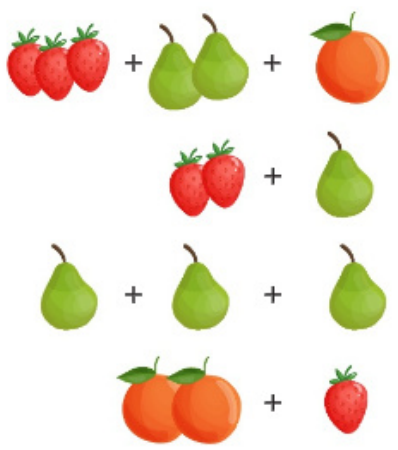
24 Julio, Sandro, Rafael y Pedro juegan a las escondidas. Cuando Pedro se esconde, los otros lo buscan contando sus pasos hasta que alguien lo encuentre. Julio dio 10 pasos más que Sandro y Pedro dio el doble de pasos que Julio. Si entre los tres dieron un total de 210 pasos, ¿cuántos pasos dio cada uno?

Resuelve las siguientes ecuaciones

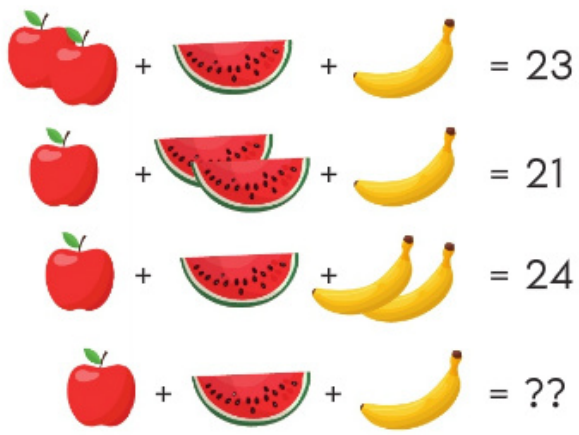
25



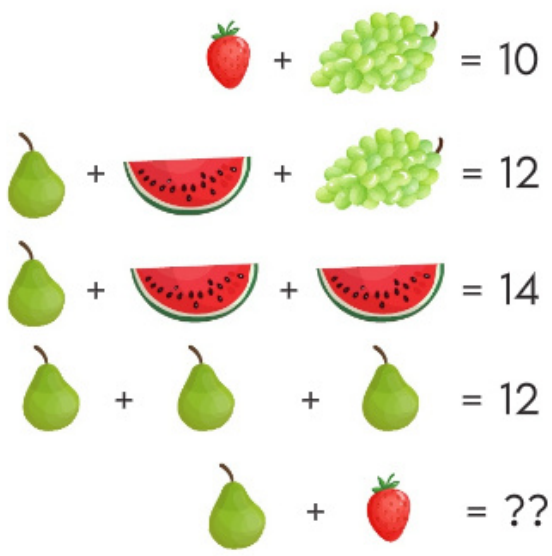
26



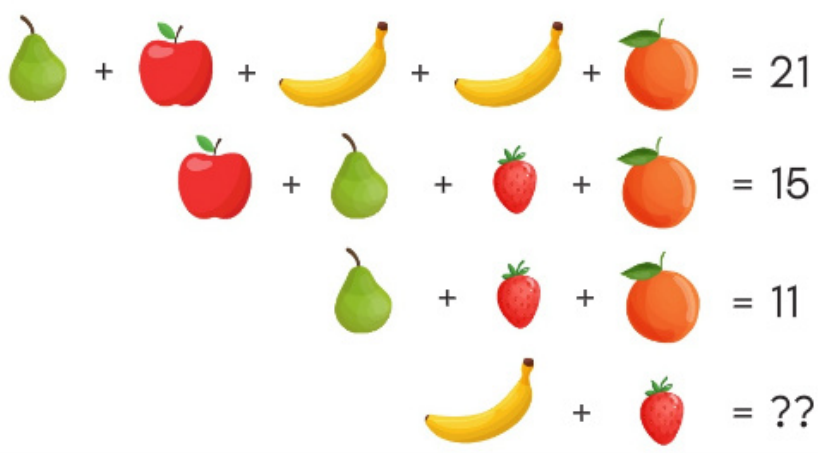
27



28



29



Autoevaluación

1 Determina $x + y$ en:

$2(3x + 2) - 2(x - 4) = 32$

$3(2y - 3) - 4(y - 3) = 26$

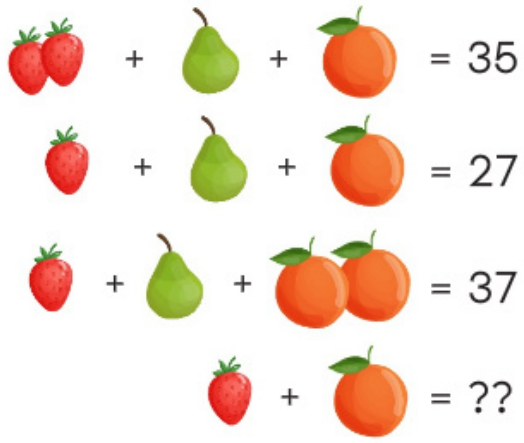
2 Resuelve las ecuaciones:

a) $\frac{x + 3}{3} + \frac{x - 3}{5} = 18$

b) $\frac{2x + 1}{3} + \frac{2x - 5}{5} = 10$

3 Un fabricante de camas invirtió 240 soles en fabricar unas camas que vendió en 920 soles cada una. Si al final del día su ganancia neta es de 3440 soles, ¿cuántas camas vendió?

4 Resuelve la siguiente ecuación:



5 El número de días que ha trabajado Pedro es 4 veces el número de días que ha trabajado Enrique. Si Pedro hubiera trabajado 15 días menos y Enrique 21 días más, ambos habrían trabajado igual número de días. ¿Cuántos días trabajó cada uno?

6 Dos jóvenes tenían 54 y 32 soles. Luego, ambos ganaron una misma cantidad de dinero tal que la suma que ahora tienen entre los dos excede en 66 soles al cuádruple de lo que ganó cada uno. Determina la cantidad que ganó cada uno de los jóvenes.

Operaciones con conjuntos

Desigualdades e intervalos

Récord Mundial de salto largo

Nombre	Marca	Nacionalidad
Mike Powell	8,95	Estados unidos
Bob Beamon	8,90	Estados unidos
Igor Ter-Ovanesjan	8,35	Unión Soviética
Ralph Boston	8,34	Estados unidos

VIDEO DE TEORÍA

La tabla corresponde a los atletas que han batido récord en salto largo, que los podemos ordenar de acuerdo a la longitud que han logrado saltar.

Análogamente, cuando ubicamos los números en la recta numérica, cada uno tiene su lugar, por eso se dice que el conjunto de los números enteros es ordenado.

En los números enteros se establecen las relaciones "mayor que", "menor que" e "igual que", llamadas relaciones de orden, tal que para dos números enteros *a* y *b*, solo caben tres posibilidades: "*a* menor que *b*", "*a* mayor que *b*" o "*a* igual que *b*" (Ley de tricotomía).

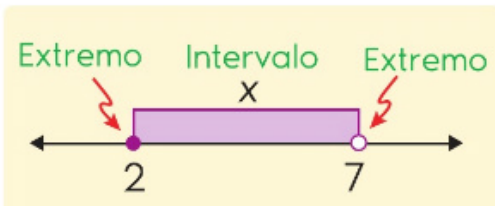
Una desigualdad es una relación de orden entre dos números diferentes, tal que uno es mayo (>) o menor (<) que el otro.

Mayor que	Menor que	Menor o igual	Mayor o igual
$12 > 10$	$14 < 20$	$12 \leq 12$	$10 \geq 8$
12 es mayor que 10	14 es menor que 20	12 es menor o igual que 12	10 es mayor o igual que 8

Intervalo

Es un conjunto de números comprendido entre dos números llamados **extremos.**

Si incluye los dos extremos se dice que el intervalo es **cerrado**, si incluye uno solo, **semiabierto** y si no incluye ninguno, **abierto.**



$2 \leq x < 7 \Leftrightarrow x \in [2; 7\rangle$

Intervalo cerrado

$[a; b]$

Intervalo abierto

$\langle a; b\rangle$

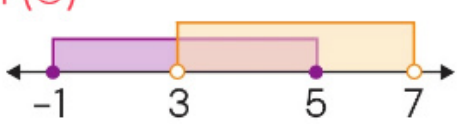
Intervalo semiabierto

$[a; b\rangle$

Operaciones con intervalos

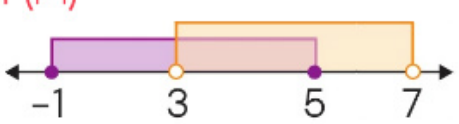
Como los intervalos son conjuntos, podemos hallar la unión e intersección de intervalos. Dados los intervalos A = [−1; 5] y B = ⟨3; 7⟩:

Unión (∪)



$A \cup B = [-1; 7\rangle$

Intersección (∩)

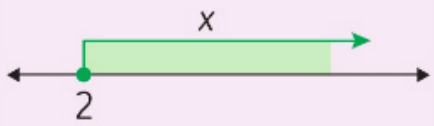


$A \cap B = \langle 3; 5]$

Ten en cuenta

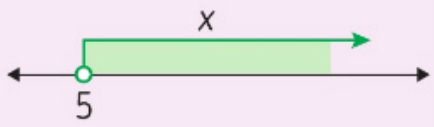
Intervalos infinitos

Hay intervalos que tienen un solo extremo: un extremo superior o un extremo inferior. Estos intervalos se llaman intervalos infinitos.

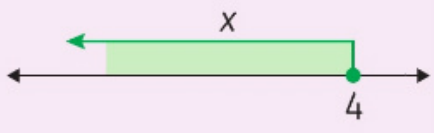


$x \geq 2 \Leftrightarrow x \in [2; +\infty\rangle$

más infinito

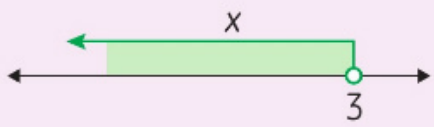


$x > 5 \Leftrightarrow x \in \langle 5; +\infty\rangle$



$x \leq 4 \Leftrightarrow x \in \langle -\infty; 4]$

menos infinito



$x < 3 \Leftrightarrow x \in \langle -\infty; 3\rangle$

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Ejemplo 1

Representa gráficamente los intervalos:

a) $[-3; 7\rangle$ b) $\langle 0; 6\rangle$

Resolviendo:

a)

b)

Ejemplo 2

¿Cuántos números enteros hay entre -4 y 10?

Resolviendo:

Están los números: $\underbrace{-3; -2; -1; \ldots; 9}$

$9 - (-4) = 9 + 4 = 13$

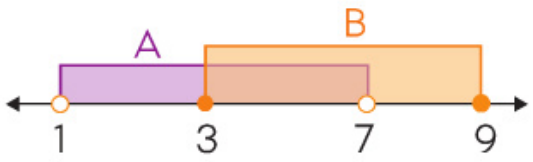
$\therefore$ Hay 13 números.

Ejemplo 3

¿Cuántos elementos comunes tienen los intervalos en N: $A = [3; 9]$ y $B = \langle 1; 7\rangle$?

Resolviendo:

Los elementos comunes son los que están en la intersección:

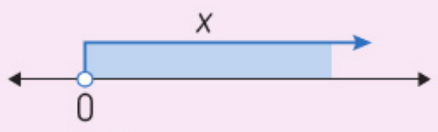


$\therefore A \cap B = \{3; 4; 5; 6\}$ tiene 4 elementos.

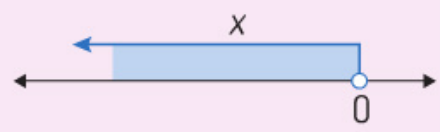
Ten en cuenta

Números positivos y negativos

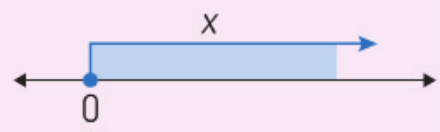
Los números negativos son menores que cero y los positivos, mayores que cero.



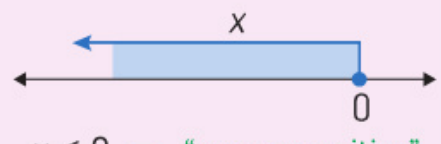
$x > 0$ → "x es positivo"



$x < 0$ → "x es negativo"



$x \geq 0$ → "x es no negativo"



$x \leq 0$ → "x es no positivo"

Nivel básico

1 **Representa** en la recta numérica los intervalos:

a) $[3; 8]$ b) $\langle -1; 4]$

2 **Representa** en la recta numérica los intervalos:

a) $\langle 2; 11\rangle$ b) $\langle -5; -1]$

3 Dados los intervalos: $A = [2; 9]$ y $B = [5; 12]$, **halla:** $A \cup B$.

4 Dados los intervalos: $A = \langle 2; 11\rangle$ y $B = \langle 5; 13\rangle$, **halla:** $A \cap B$.

5 ¿Cuántos elementos tiene la intersección de los intervalos A = [1; 10] y B = ⟨7; 15⟩ en el conjunto de enteros?

Nivel intermedio

6 **Representa** gráficamente el conjunto de números que no pertenecen al intervalo [3; +∞⟩.

7 ¿Cuántos elementos comunes tienen los intervalos A = [1; 8] y B = ⟨3; 12⟩ en el conjunto de enteros?

8 El extremo inferior de un intervalo cerrado de 6 elementos es 4. **Halla** su extremo superior.

9 El extremo superior en un intervalo abierto de 4 elementos es 10. **Halla** su extremo inferior.

10 **Denota** en forma de intervalo el conjunto formado por los números naturales de una cifra.

Nivel avanzado

11 ¿Cuántos elementos resulta de unir los intervalos C = [2; 7] y D = {x/3 < x ≤ 9}?

12 Dados los intervalos: A = [2; 7⟩ y B = [5; 9], **halla** el número de elementos de A − B.

13 Dados los intervalos: A = [3; 9] y B = [7; 11], A ∩ B = [*a*; *b*]. **Halla** T = *a* + *b*.

14 Dados los intervalos: A = [3; 9] y B = [7; 11], A ∪ B = [*a*; *b*]. **Halla** P = 2*a* − *b*.

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Tarea

1 **Representa** gráficamente los intervalos:

a) [2; 10] b) ⟨−3; 5]

2 **Representa** gráficamente las desigualdades:

a) 4 < x ≤ 15 b) 3 > x ≥ −1

3 ¿Cuántos elementos tiene el intervalo abierto que tiene por extremos a 3 y a 15?

4 El extremo superior de un intervalo cerrado de 6 elementos es 15. **Halla** el extremo inferior.

Inecuaciones

Desigualdades e intervalos

A lo lejos se observan 5 lanchas. Según las estimaciones del guardacostas, no hay más de 100 tripulantes en total. Suponiendo que cada lancha cuenta con igual número de tripulantes, ¿cuántos tiene, a lo más, cada una?

Si representamos con x los tripulantes de cada lancha: $5x \leq 100$

VIDEO DE TEORÍA

En esta desigualdad, x representa un conjunto de valores desconocidos. Esta desigualdad se llama **inecuación.**

Una **inecuación** es una desigualdad que contiene una incógnita que representa un valor o conjunto de valores desconocidos, y la resolución de una inecuación tiene por objetivo, determinar dichos valores.

- $2x \leq 8$
- $2x + 1 \geq 7$
- $5 > 3x + 3 \geq -4$

Resolución de inecuaciones

La resolución de las inecuaciones se basa en la aplicación de las **propiedades de la desigualdad.**

Como estas propiedades son las mismas que las de la igualdad, las inecuaciones se resuelven igual que las ecuaciones, con la salvedad de que cuando un número negativo se transpone, multiplicando o dividiendo, se invierte la desigualdad.

La solución de una inecuación generalmente es un intervalo, por lo que se denomina **conjunto solución.**

Resolviendo: (Problema introductorio)

- De la condición del problema: $5x \leq 100$
- Dividiendo ambos miembros entre 5: $x \leq 20$
- Como x es menor o igual que 20, a lo más es 20.

Ten en cuenta

Propiedades de la desigualdad

Si a ambos miembros de una desigualdad se suma o se resta el mismo número, la desigualdad se mantiene.

- $10 > 7$

$10 + 3 > 7 + 3 \Rightarrow 13 > 10$

- $9 < 12$

$9 - 7 < 12 - 7 \Rightarrow 2 < 5$

Si a ambos miembros de una igualdad se multiplica o se divide por el mismo número, la igualdad se mantiene si el número es positivo y se invierte si el número es negativo.

- $15 > 8$

$15 \times 3 > 8 \times 3 \Rightarrow 45 > 24$

- $6 > 4$

$6(-5) < 4(-5) \Rightarrow -30 < -20$

Ejemplo 1

Sea x un entero no negativo, tal que $2x + 3 < 7$. **Halla** el conjunto solución.

Resolviendo:

$2x + 3 < 7$

$2x < 4$

$x < 2$

$\therefore$ CS = $\{0; 1\}$

Ejemplo 2

Resuelva en $\mathbb{N}$: $\frac{x}{2} - 3 > 5$

Resolviendo:

$\frac{x}{2} > 3 + 5$

$\frac{x}{2} > 8 \Rightarrow x > 16$

$\therefore$ CS = $\langle 16; +\infty \rangle$

Ejemplo 3

Resuelva en $\mathbb{N}$: $3(x + 2) < 12$

Resolviendo:

$x + 2 < \frac{12}{3}$

$x + 2 < 4 \Rightarrow x < 2$

$\therefore$ CS = $\{0; 1\}$

Ejemplo 4

En $\mathbb{N}$, **halla** el conjunto solución de $2x + a < 8$, donde $2a - 1 = 7$.

Resolviendo:

- Hallando el valor de a:

  $2a - 1 = 7 \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4$

- Reemplazando y hallando x:

  $2x + 4 < 8$

  $2x < 4 \Rightarrow x < 2$

  $\therefore$ CA = {0;1}

Ejemplo 5

En $\mathbb{N}$, **halla** el conjunto solución común de las inecuaciones: $x + 3 > 7$ (1)

$x + 1 < 10$ (2)

Resolviendo:

- De (1): $2x + 3 > 7 \Rightarrow 2x > 4 \Rightarrow x > 2$

  $C.S._1 = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; ...\}$

- De (2): $x + 1 < 10 \Rightarrow x < 9$

  $C.S._2 = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$

$\therefore$ Los valores comunes son:

C.S. = {3; 4; 5; 6; 7; 8}

Resuelve problemas de regularidad equivalencia y cambio (Álgebra)

Nivel básico

1 **Determina** el intervalo solución de las inecuaciones:

a) $x - 3 > 7$ b) $2x - 3 \geq x + 5$

2 **Determina** el intervalo solución de las inecuaciones:

a) $2x + 6 \leq 18$ b) $3x - 3 < 2x + 1$

3 ¿Cuántos elementos tiene el conjunto solución de $2x - 3 \leq 14$ en $\mathbb{N}$?

a) $2x + 6 \leq 18$ b) $3x - 3 < 2x + 1$

4 ¿Cuántos números de dos cifras satisfacen la inecuación $4x - 17 \leq x + 13$?

5 ¿Cuál es el menor número par que satisface la inecuación $2x + 5 > 18$?

8 Si $a + b = 9$, **halla** el conjunto solución de:

$$3x - 2a < a + 3b$$

Nivel intermedio

6 **Halla** el conjunto solución de:

$$3x + 4 \leq x + 20.$$

9 ¿Cuántos valores naturales menores que 20 son solución de: $2(x + 4) > 26$?

7 Si $1 + a = 3$; $3 + b = 7$, **halla** el menor valor entero de x que satisface: $2x + 4a > 6b$.

10 Si el doble de un número entero aumentado en 12 es menor que 21, el triple del número disminuido en 5 es menor que:

Nivel avanzado

11 **Resuelve:** $4(x + 3) < 3(x + 6)$.

12 ¿Cuántos números naturales satisfacen la inecuación: $4 < x + 1 < 9$?

13 ¿Cuántos valores enteros comunes tienen las inecuaciones $2x + 3 < 17$ y $3x - 2 > 7$?

14 ¿Cuántos valores positivos impares cumplen con la inecuación: $3x < x + 18$?

Tarea

1 En $\mathbb{N}$, **halla** el conjunto solución de:

a) $x - 7 \geq 1$ b) $4x - 3 > 17$

2 En $\mathbb{N}$, **halla** el conjunto solución de:

a) $2x - 1 \geq 8$ b) $5x + 3 \leq 28$

3 **Halla** el menor valor natural de x que cumple:

$$7x + 6 \leq 6(x + 2)$$

4 En $\mathbb{N}$, **halla** los valores comunes de las inecuaciones: $3x + 4 > 10$ y $2x + 3 < 25$

Desigualdades e intervalos

Planteo de inecuaciones

Aurelio, Yohana y Ariana reunieron más de 100 soles. Johana puso el doble que Aurelio pero 15 soles menos que Ariana. ¿Cuánto al menos puso Ariana?

VIDEO DE TEORÍA

Plantear una inecuación es expresar en forma de una desigualdad un problema que está expresado verbalmente.

Los problemas donde aparecen términos como "mayor que", "menor que", "al menos", "a lo más", "no menos" y "no más", es muy probable que se resuelvan mediante inecuaciones.

Entonces, igual como se plantea una ecuación, se traduce en una inecuación el enunciado verbal del problema, solo que en lugar del signo igual usamos los signos de la desigualdad. Seguiremos las mismas recomendaciones para el planteo de ecuaciones.

1. Leemos el enunciado y elegimos qué va a representar la incógnita: Representamos con x lo que puso Aurelio. Esta elección es muy importante y todas las otras cantidades deben ser expresadas en términos de la incógnita elegida.

2. Tratamos de comprender el problema imaginando la situación. En lo posible representamos con un esquema lo que hemos comprendido.

Aurelio: x

Johana: x x 15

Ariana: $2x + 15$

$$\begin{array}{r} x \\ 2x \\ 2x + 15 \\ \hline 5x + 15 \end{array}$$

Total: $5x + 15$

3. Planteamos la inecuación y resolvemos:

$5x + 15 > 100$

$5x > 100 - 15$

$5x > 85 \Rightarrow x > 17$

Como mínimo, $x = 18$

4. Verificamos la solución.

- Aurelio: 18
- Johana: 36
- Ariana: $36 + 15 = 51$

Total: $18 + 36 + 51 = 105 > 100$

$\therefore$ Ariana puso al menos 51 soles

Ten en cuenta

Términos de la desigualdad

Al menos

Equivale a **"como mínimo"**.

Por ejemplo, si decimos que en una cesta hay **al menos** 5 panes, significa que puede haber 5; 6; 7; ..., panes. Por consiguiente: Al menos 5:

equivale a ≥ 5

A lo más

Equivale a **"como máximo"**.

Por ejemplo, si decimos que a una fiesta asistieron **a lo más 50** personas, significa que pudieron asistir 50; 49; 48; ..., personas. Por consiguiente: A lo más 50:

equivale a ≤ 50

No mayor y no menor

No mayor = Menor o igual

No menor = Mayor o igual.

Un número no mayor que 10, puede ser 10; 9; 8; ..., etc.

Un número no menor que 8, puede ser 8; 9; 10; ..., etc.

Un número no negativo es un número mayor o igual que cero.

No negativo: ≥ 0

No mayor que 0: ≤ 0

Ejemplo 1

El triple de un número entero aumentado en 2 es menor que 14. **Halla** el mayor número que cumple la condición.

Resolviendo:

- Sea el número: x
- Del enunciado: $3x + 2 < 14$
- Desarrollando: $3x < 12 \Rightarrow x < 4$

$\therefore$ El mayor valor entero es 3.

Ejemplo 2

El doble de un número natural es menor que 32, pero su triple, aumentado en 2 unidades es mayor que 44, **halla** el número.

Resolviendo:

- Sea un número: x
- Del enunciado: $2x < 32$

$$x < 16 \quad (1)$$

- También: $3x + 2 > 44$

$$3x > 42$$

$$x > 14 \quad (2)$$

De (1) y (2): $14 < x < 16$

$\Rightarrow x = 15$

Ejemplo 3

María tiene cierta cantidad de caramelos. Si regala 4, le quedan menos de 10, pero si le dieran 3, tendría más de 15. ¿Cuántos caramelos tiene?

Resolviendo:

- Sea el número de caramelos: x
- Del dato: $x - 4 < 10$

$$x < 14 \quad (1)$$

- También: $x + 3 > 15$

$$x > 12 \quad (2)$$

De (1) y (2): $12 < x < 14$

$\Rightarrow x = 13$

Ejemplo 4

Un número natural es mayor que 18, pero su mitad es menor que 10. **Halla** el número.

Resolviendo:

- Sea el número: x
- Del dato: $x > 18 \quad (1)$
- También: $\frac{x}{2} < 10$

$$x < 20 \quad (2)$$

De (1) y (2): $18 < x < 20$

$\Rightarrow x = 19$

Nivel básico

1 El doble de un número natural aumentado en 4, es menor que 30. **Halla** el mayor número que satisface la condición.

2 El triple de un número natural, disminuido en 5, es mayor que 7. **Halla** el menor número que cumple la condición.

3 ¿Cuántos números naturales existen tal que su triple aumentado en 9 es menor que 30?

4 ¿Cuál es el menor número natural cuyo doble aumentado en la unidad es mayor que 21?

GENIO MATIC

5 ¿Cuántos números naturales son tales que su triple, disminuido en 8, es menor que 10?

Nivel intermedio

6 El cuádruple de un número natural es menor que 44, pero su doble es mayor que 18. **Halla** el número.

7 En una tienda se han vendido 5 potes de lava vajillas. Si el importe es menor que 30 soles, a lo más, ¿cuánto cuesta cada pote?

8 En la mesa había más de 20 mandarinas. Cuando Sandra tomó 10 de ellas quedaron menos de 12. ¿Cuántas mandarinas había?

9 Por una avenida pasan normalmente entre 80 y 100 autos por hora. Pero en la hora punta se duplica el tráfico. ¿Cuál es el rango de autos que pasan por hora en la hora punta?

10 Andrés entró al tragamonedas con más de 50 soles. En dos juegos duplicó lo que tenía y en el tercer juego ganó 20 soles. ¿Cuánto tiene al final?

Nivel avanzado

11 A una reunión de padres de familia, llegaron menos de 12 padres en la primera hora. En la siguiente hora llegaron otros tantos y 15 más. A lo más, ¿cuántos padres se reunieron?

12 En un partido de fútbol, había más de 40 jugadores de los dos equipos. El partido fue tan rudo que 3 jugadores de uno y 5 del otro equipo se lesionaron. Además a 3 le sacaron tarjeta roja. ¿Cuántos jugadores hábiles quedaron como mínimo?

13 En la playa se observa un grupo de gaviotas. Si al rato se triplicó el número y minutos más tarde llegó una bandada de 15 gaviotas de modo que se podía contar más de 100 de ellas, ¿cuántas gaviotas había, como mínimo, al principio?

14 Alina compró 6 cajones de papaya. Cada cajón contiene no más de 8 papayas ni menos de 6. ¿Cuántas papayas tiene como máximo y cuántas como mínimo?

Tarea

1 El triple de un número natural, aumentado en 4, es menor que 31. **Halla** el mayor valor del número.

2 El doble de un número natural es mayor que 24, pero su triple es menor que 42. **Halla** el número disminuido en una unidad.

3 Para comprar una pelota de 40 soles me faltan más de 15 soles. ¿Cuánto tengo como mínimo?

4 Natalia compró 6 latas de conservas y 2 kilogramos de azúcar, gastando más de 20 soles. El precio del kilo de azúcar es un número entero de soles y la lata de conserva cuesta el doble. ¿Cuánto, a lo menos cuestan 5 kilogramos de azúcar?

Reforzando - Unidad 8

1 ¿Cuál de los siguientes números no satisface $x + 5 < 10$?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 5

2 Señala una solución particular de la inecuación $x - 3 \leq 1$.

A) 8 B) 7 C) 6 D) 1

3 ¿Cuántos números naturales se encuentran en el intervalo $[0; 6\rangle$?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 4

4 ¿Cuántos números naturales se encuentran en el intervalo $\langle -2; 2]$?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3

5 ¿Cuál de los siguientes números no pertenece al intervalo $\langle 1; 6]$?

A) –1 B) 2 C) 3 D) 4

6 ¿Cuántos números del conjunto $\{3; 5; 6; 7; 8\}$ no exceden a 6?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

7 ¿Cuántos números del conjunto $\{1; 2; 4; 5; 7\}$ no exceden a 6?

A) –1 B) 2 C) 3 D) 4

8 Señala el número cuyo doble no es mayor que 7.

A) 14 B) 3 C) 7 D) 4

9 Señala el número cuyo triple no excede a 15.

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8

10 ¿En cuál de los intervalos se encuentra el número cuyo doble es menor que 15?

A) $[8; 17]$ B) $\langle 9; 10]$
C) $[7; 14\rangle$ D) $\langle 10; 20\rangle$

11 ¿En cuál de los intervalos se encuentra el número cuyo doble es mayor que 10?

A) $[0; 4]$ B) $\langle 2; 5]$ C) $[0; 6\rangle$ D) $\langle 1; 5\rangle$

Olimpiadas nacionales e internacionales

12 ¿Cuáles son los números positivos que multiplicados por 8 son menores que 64?

A) {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8}
B) {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7}
C) {8; 9; 10; 11; ...}
D) {7; 8; 9; 10; ...}

13 Si Eloy dice que Martina tiene no más de 20 soles, entonces se puede afirmar que Martina:

A) Tiene 20 soles.
B) Tiene a lo más 20 soles.
C) Tiene más de 20 soles.
D) No tiene 20 soles.

14 Si Arturo tiene al menos 30 soles, entonces se puede asegurar que:

A) Tiene 30 soles.
B) No tiene 30 soles.
C) Tiene 30 soles o más.
D) No tiene 40 soles.

15 Si Valerio tiene no más de 25 años, entonces se puede deducir que Valerio:

A) Puede tener 24 años.
B) Puede tener 30 años.
C) Tiene 25 años.
D) Tiene 24 años.

16 Al triple de un número natural se le resta 5 y se obtiene un número mayor de 20. ¿Cuál es el menor número que cumple esta condición?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10

17 ¿Cuántos números mayores que 5 resultan menores que 5 al ser divididos entre 2?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7

18 ¿Cuál es la posible edad de una persona, si su edad es un elemento del conjunto solución de $5x - 10 \leq 26 + x$?

A) 12 B) 10 C) 9 D) 6

19 Representa gráficamente los siguientes intervalos:

a) $[0; 3\rangle$ b) $\langle 1; -3]$ c) $\langle 2; 6\rangle$
d) $\langle -2; 3]$ e) $[-1; 5\rangle$ f) $[2; 6]$

20 Determine el máximo valor entero de x en cada una de las siguientes desigualdades:

a) $x < 9$ b) $x < -3$ c) $x \leq 0$
d) $x \leq -5$ e) $x < -8$ f) $x < -6$

21 Determine el mínimo valor entero de x en cada una de las siguientes desigualdades:

a) $x \geq 5$ b) $x > -7$ c) $x > 0$
d) $x \geq -9$ e) $x \geq -6$ f) $x > 5$

22 Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $x + 2 > 5$ b) $x - 4 < 2$
c) $x + 4 \geq 12 - 7$ d) $x + 3 \leq 8$
e) $x - 5 > 2$ f) $x + 6 < 15 - 8$

23 Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $2(x + 4) \leq 9 + x$ b) $3(x - 4) < 2x + 1$
c) $-2(x + 3) \geq 12 - x$ d) $4(x - 3) \leq 8 - x$
e) $x - 1 > 2(x - 3)$ f) $3(x + 6) < 4(x - 1)$

24 Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{x}{4} < 1$ b) $\frac{x}{3} \leq 2$
c) $\frac{x}{3} \geq -2$ d) $\frac{x}{5} > 4$

25 Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{-x}{4} < 2$ b) $\frac{x}{-3} \leq -1$
c) $\frac{-x}{-2} \geq -2$ d) $\frac{-x}{5} > -4$

26 Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{x + 1}{3} < 2$ b) $\frac{x - 3}{4} \geq 2$
c) $\frac{x - 3}{2} \leq 2$ d) $\frac{x - 1}{-2} > -6$

27 Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{2 + x}{-3} < 1$ b) $\frac{2 - x}{5} \leq 1$
c) $\frac{-x - 3}{2} > 2$ d) $\frac{-x + 3}{-3} \geq -6$

28 ¿Cuál es el mayor conjunto de números naturales que pertenece al intervalo $\langle 12; 18\rangle$?

29 ¿Cuántos números pares se encuentran en el intervalo $[5; 12\rangle$?

30 ¿Cuántos números impares se encuentran en el intervalo $\langle 10; 15\rangle$?

31 Haz la lista de los números de dos cifras que pertenecen al intervalo $\langle 5; 13]$.

32 ¿Cuántos números pares que terminan en 2 se encuentran en el intervalo $[25; 85]$?

33 Dentro de 8 años, la edad de Aurelio no excederá de 15 años. ¿Cuántos años tiene, a lo más, Aurelio?

34 Hace 4 años, Pierina tenía menos de 7 años. A lo más, ¿cuántos años tiene Pierina?

35 Si me dieran 20 soles, tendría más de 45 soles. Mínimamente, ¿cuánto tengo?

36 ¿Cuáles son los números naturales que al ser multiplicados por 5 y ser aumentados en 6 dan un resultado mayor que 71?

37 ¿Cuáles son los números que al ser duplicados dan como resultado números menores que 15?

38 ¿Cuáles son los números naturales que al ser aumentados en 15 no exceden a 25? Menciona cuatro de ellos.

39 ¿Cuánto puedo aumentar al precio de un diskette, que compré a S/.9, para venderlo a no más de S/.13?

40 Si Luis tiene 25 fichas y Raúl 60 fichas, ¿cuántas fichas podrá tener Christian para que, junto con las de Luis, tenga siempre menos que Raúl?

Autoevaluación

1 Determine el máximo valor entero de x en cada una de las siguientes desigualdades:

a) $x \leq 12$ b) $x < 17$ c) $x < 22$
d) $x \leq -14$ e) $x < -2$ f) $x \leq 32$

2 Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\frac{x-1}{3} < 4$ b) $\frac{2x-3}{3} \geq 5$

c) $\frac{1-x}{2} \leq 2$ d) $\frac{x-1}{-2} > -2$

3 ¿Cuántos números pares se encuentran en el intervalo $[3; 116\rangle$?

4 Dentro de 5 años, la edad de Frank no excederá de 16 años. ¿Cuántos años a lo más tiene Frank?

5 Hace 8 años tenía menos de 7 años y dentro de 5 años tendré más de 18 años. ¿Cuántos años tengo?

6 ¿Cuánto puedo aumentar al precio de un cubo mágico, que compré a S/. 15, para venderlo a no más de S/. 25?

Descarga una aplicación para escanear códigos QR en la tienda de tu Smartphone para ver las lecciones de este libro en video.

GENIO MATIC
INFORMES Y PEDIDOS
Jr. Flosferri 616 - Lima 36
(01) 767 0437
912 841 287
geniomaticeirl@gmail.com

Edición Digital
2021